

SÉRIE A, N° 749.

N° D'ORDRE :

1522.

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES,

PAR

M. Augustin GUYAU,

Ancien élève de l'École supérieure d'Électricité,
Licencié en Droit.

1^{re} THÈSE. — LE TÉLÉPHONE INSTRUMENT DE MESURE.

2^e THÈSE. — PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ.

Soutenues le 22 juin 1913, devant la Commission d'Examen.

M. BOUTY,

Président.

JANET,

G. BERTRAND,

Examineurs.

PARIS,

GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-LIBRAIRE

DU BUREAU DES LONGITUDES, DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE,

Quai des Grands-Augustins, 55.

1913

RIE A, N° 749.

N° D'ORDRE :

1522.

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES

DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES,

PAR

M. Augustin GUYAU,

Ancien élève de l'École supérieure d'Électricité,
Licencié en Droit.

1^{re} THÈSE. — LE TÉLÉPHONE INSTRUMENT DE MESURE.

2^e THÈSE. — PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ.

Soutenues le juin 1913, devant la Commission d'Examen.

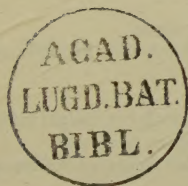
M. BOUTY,

Président.

JANET,

G. BERTRAND,

Examineurs.



PARIS,

GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-LIBRAIRE

DU BUREAU DES LONGITUDES, DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE,

Quai des Grands-Augustins, 55.

1913

FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS.

	MM.	
Doyen.....	P. APPELL, Professeur.	Mécanique analytique et mécanique céleste.
Doyen honoraire.....	G. DARBOUX.....	Géométrie supérieure.
Professeurs honoraires.	{ CH. WOLF. J. RIBAN. LIPPMANN..... BOUTY..... BOUSSINESQ.....	Physique. Physique. Physique mathématique et Calcul des probabilités.
	PICARD.....	Analyse supérieure et Algèbre sup.
	Y. DELAGE.....	Zoologie, Anatomie, Physiol. compar.
	GASTON BONNIER.....	Botanique.
	DASTRE.....	Physiologie.
	KÖNIGS.....	Mécanique phys. et expérimentale.
	VÉLAIN.....	Géographie physique.
	GOURSAT.....	Calcul différentiel et Calcul intégral.
	HALLER.....	Chimie organique.
	JOANNIS.....	Chimie (Enseignement P. C. N.).
	JANET.....	Physique (Enseignement P. C. N.).
	WALLERANT.....	Minéralogie.
	ANDOYER.....	Astronomie.
Professeurs.....	PAINLEVÉ.....	Mécanique rationnelle.
	HAUG.....	Géologie.
	HOUSSAY.....	Zoologie.
	H. LE CHATELIER.....	Chimie.
	GABRIEL BERTRAND.....	Chimie biologique.
	M ^{me} P. CURIE.....	Physique générale.
	CAULLERY.....	Zool. (Évolution des êtres organisés).
	C. CHABRIÉ.....	Chimie appliquée.
	G. URBAIN.....	Chimie.
	ÉMILE BOREL.....	Théorie des fonctions.
	MARCHIS.....	Aviation.
	JEAN PERRIN.....	Chimie physique.
	G. PRUVOT.....	Zoologie, Anatomie, Physiol. comp.
	MATRUCHOT.....	Botanique.
	ABRAHAM.....	Physique.
	CARTAN.....	Calcul différentiel et Calcul intégral.
	CL. GUICHARD.....	Mathématiques générales.
	N.....	Applicat. de l'Analyse à la Géométrie.
	N.....	Histologie.
	PUISEUX.....	Mécanique et Astronomie.
	LEDUC.....	Physique.
	MICHEL.....	Minéralogie.
	HEROUARD.....	Zoologie.
	LÉON BERTRAND.....	Géologie.
Professeurs adjoints...	RÉMY PERRIER.....	Zoologie (Enseignement P. C. N.).
	MOLLIARD.....	Physiologie végétale.
	COTTON.....	Physique.
	LESPIEAU.....	Chimie.
	GENTIL.....	Pétrographie.
	SAGNAC.....	Physique (Enseignement P. C. N.).
	PÉREZ.....	Zool. (Évolution des êtres organisés).
Secrétaire.....	D. TOMBECK.	

A MON MAITRE

MONSIEUR PAUL JANET,

PROFESSEUR A LA SORBONNE,
DIRECTEUR DU LABORATOIRE CENTRAL DE L'ÉCOLE SUPÉRIEURE
D'ÉLECTRICITÉ.

Hommage de profonde gratitude.

INTRODUCTION.

La sensibilité du récepteur téléphonique aux petits courants alternatifs a tout naturellement désigné cet instrument pour servir d'appareil de mesure. Dès 1881, Pellat signalait à quel point est minime l'énergie mise en jeu dans le fonctionnement de cet instrument. Depuis lors, de nombreuses recherches ont été faites en vue de fixer la limite inférieure de sa sensibilité. Preece, Tait, Rue, Brough, Ferraris, Estaunié et Brylinski, Rayleigh, Cauro, Abraham, Devaux-Charbonnel, etc., se sont tour à tour occupés de ce problème, mais la concordance entre les résultats obtenus par ces expérimentateurs est loin d'être satisfaisante. S'il faut voir dans ces différences le résultat de l'imperfection des méthodes actuelles de mesure des courants alternatifs à faible intensité, il faut peut-être aussi, au moins en partie, les imputer aux variations importantes de la sensibilité et du téléphone et de l'oreille en fonction de la fréquence, variations qui rendent difficilement comparables entre elles des observations faites dans des conditions même peu différentes. Néanmoins, on peut admettre que les courants correspondant à une conversation sont de 10 à 20 microam-

pères ⁽¹⁾ et qu'un récepteur ordinaire peut encore déceler une assez petite fraction de microampères ⁽²⁾.

L'étude que j'ai entreprise sur le téléphone instrument de mesure a porté sur le double emploi de cet appareil comme indicateur acoustique d'un maximum ou d'un minimum d'intensité et comme galvanomètre par l'enregistrement du mouvement et la détermination de l'amplitude des oscillations de sa membrane.

(1) Eric Gerard (*Leçons d'électricité*, t. II, p. 325) évalue à 12 microampères l'intensité exigée par une conversation avec un récepteur téléphonique de 130°. Cet appareil obéirait cependant encore à des courants efficaces de 0,6 microampère.

(2) MM. Estaunié et Brylinski évaluaient à 0,88 microampère l'intensité la plus faible qui leur permettait de distinguer encore la parole. Personnellement, j'ai constaté qu'un récepteur de 4000° décelait encore la rupture d'un courant de quelques dixièmes de microampère, ce qui permet, sans doute, de saisir avec cet appareil des bruits correspondant à des intensités notablement plus faibles.

PREMIÈRE THÈSE.

LE TÉLÉPHONE

INSTRUMENT DE MESURE.

CHAPITRE I.

CONSTANTES DU RÉCEPTEUR TÉLÉPHONIQUE.

1. Fonctionnement du récepteur téléphonique.

Le récepteur téléphonique est resté, à part quelques modifications de détail, identique à l'appareil auquel Graham Bell a attaché son nom (1876) (1).

Mais cet appareil, d'une si grande simplicité apparente, est assez obscur dans son fonctionnement.

D'après Page, il faudrait rechercher, au moins en partie, l'origine des vibrations sonores dans les déformations des

(1) Au sujet des premiers appareils de Graham Bell, voir le *Bulletin de la Société internationale des électriciens*, Mars 1913, p. 167 et sq. Indépendamment de toute question historique, un observateur averti aurait pu pressentir l'invention du téléphone par certaines remarques sur le fonctionnement des appareils télégraphiques. M. Dujardin, graveur, me signalait qu'au moment où il s'occupait, vers 1865, de télégraphie en Angleterre, il avait observé qu'en dérégulant les relais Varley de son bureau à Londres, de façon à leur donner leur maximum de sensibilité, on pouvait entendre crier ou frapper sur une table dans le bureau transmetteur de Manchester.

pièces magnétiques de l'appareil, corrélatives du mouvement moléculaire produit par les variations du champ excitateur ⁽¹⁾.

Mais, en tout cas, c'est la membrane téléphonique qui est la liaison effective entre les ondes acoustiques et les ondes électriques.

Son étude a été entreprise par Mercadier qui a fait connaître dans quelques Notes ⁽²⁾ les remarquables recherches auxquelles il a été conduit. Il constata tout d'abord que, pour tout téléphone de champ magnétique donné, il y a une épaisseur de membrane de fer qui donne un maximum d'effet. Son dispositif expérimental était le suivant : la distance d'un métronome à un microphone était progressivement augmentée jusqu'au moment où l'observateur, dans une pièce voisine, le récepteur télé-

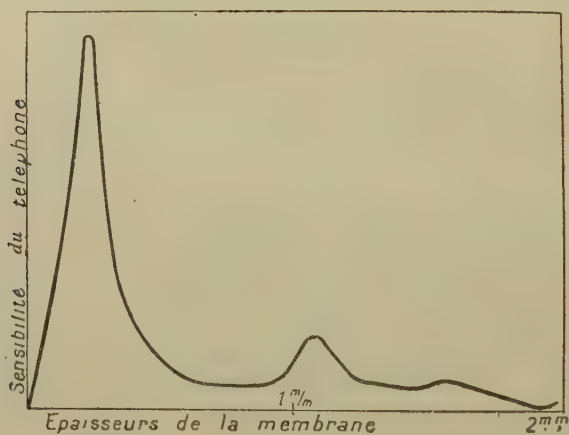


Fig. 1.

phonique à l'oreille, cessait de percevoir tout bruit. Le carré de la distance du métronome au microphone pou-

⁽¹⁾ Eric GÉRARD, *Leçons sur l'électricité*, t. II, p. 323.

⁽²⁾ *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, 8 et 15 avril 1889, 12 et 19 janvier 1891.

vait servir à mesurer la sensibilité du récepteur téléphonique employé. Mercadier construisit ainsi la courbe de la sensibilité d'un téléphone en fonction de l'épaisseur de sa membrane. Cette courbe présente un maximum principal très net (*fig. 1*).

La présence de ce maximum peut être expliquée de la façon suivante. La flexibilité de la membrane croît, d'une part, quand son épaisseur diminue, mais, d'autre part, il en est de même de la saturation magnétique de celle-ci et de la fraction inutilisée du flux, issu des pôles de l'électro-aimant, qui se ferme dans l'air.

Il existe de même, toutes autres choses égales d'ailleurs, un diamètre optimum de la membrane, une intensité d'aimantation des noyaux de l'électro qu'il n'y a pas d'intérêt à dépasser, etc., résultats d'expérience qu'on peut interpréter par les modifications corrélatives de la flexibilité de la membrane et de son inertie, par les variations de la perméabilité du fer avec l'intensité d'aimantation, etc.

Pour s'assurer que le mouvement de la membrane était principalement dû à des attractions magnétiques et non aux réactions entre le champ magnétique et les courants induits dans la membrane par les variations de celui-ci, Mercadier pratiqua dans la membrane un fin trait de scie allant du centre à la périphérie : les courants induits, circulaires par raison de symétrie, étaient ainsi éliminés. La courbe de sensibilité conserva la même forme et ses ordonnées furent réduites dans le rapport de 3 à 4 seulement aux environs du maximum principal et de 2 à 4 pour le reste de la courbe ⁽¹⁾.

Puisque, en définitive, les mouvements de la membrane sont liés aux variations du champ magnétique, c'est-à-dire à celles des ampères-tours excitateurs, on voit que

(¹) Pour l'étude des membranes diamagnétiques, voir MERCADIER, *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, 15 avril 1889.

la sensibilité du récepteur téléphonique est fonction, non seulement de ses caractéristiques mécaniques et magnétiques, mais aussi de celles du bobinage inducteur. A ce point de vue, le problème se présente sous un aspect analogue à celui du galvanomètre ⁽¹⁾. Si pour un appareil donné et un encombrement déterminé des bobines on fait varier le nombre de spires, on modifie dans le même sens l'impédance de l'appareil. Le problème de la sensibilité du téléphone est, en général, trop complexe pour être utilement abordé par le calcul. On peut cependant lui trouver une solution élégante en télégraphie sans fil ⁽²⁾ : la résistance du téléphone, au moins dans le cas où la fréquence de l'étincelle est peu élevée, doit-être égale à celle du détecteur. Cette règle, universellement adoptée par les constructeurs, conduit à associer au détecteur électrolytique un téléphone de plusieurs milliers d'ohms (8000 en général) et à certains détecteurs à cristaux des appareils de quelques dizaines d'ohms seulement.

2. — Résistance et inductance du récepteur téléphonique.

Les très multiples éléments qui agissent sur la sensibilité du téléphone sont difficiles à préciser et l'on se contente généralement de désigner chaque appareil par sa résistance ohmique, quantité suffisamment caractéristique pour des appareils de dimensions similaires et supposés bien construits. Mais, en fait, si l'on définit analytiquement la résistance et la self-inductance par les relations suivantes qui lient la tension entre les bornes de l'appareil au courant et au flux qui le traverse :

$$\begin{aligned} e &= Ri + \frac{d\Phi}{dt}, \\ \Phi &= Li, \end{aligned}$$

⁽¹⁾ Rayleigh, *Philosophical Magazin*, sept. 1894.

⁽²⁾ GUYAU, *Contribution à l'étude des bobines d'induction téléphoniques* (*Revue électrique*, t. XVIII, 9 août 1912).

les termes R et L sont représentés, non par des constantes, mais par des fonctions de la phase, et les valeurs moyennes de ces quantités sont elles-mêmes fonction de la fréquence, ainsi que du mouvement de la membrane téléphonique (¹).

Il faut voir là sans doute la conséquence de l'inégale distribution du courant dans les fils du bobinage, des pertes dans le fer (courants Foucault, hystérésis, etc.) des propriétés magnétiques complexes de celui-ci, et aussi des variations de la réluctance du circuit magnétique, corrélatives des mouvements de la membrane.

Les variations de R et L en fonction de la phase peuvent être mises en évidence par une simple mesure faite au point d'Anderson : dans une première expérience, on retire la membrane vibrante de l'appareil en étude et l'on établit le minimum téléphonique en notant l'intensité de celui-ci ; dans une deuxième expérience, on replace la membrane vibrante et l'on établit de nouveau le minimum téléphonique. On constate que celui-ci est beaucoup plus bruyant que le précédent. Or, d'après la première expérience, le bruit perçu n'a pas seulement pour origine des phénomènes parasites. Cet accroissement de l'intensité du minimum téléphonique ne peut donc être imputé qu'à l'impossibilité d'annuler les fonctions de R et L qui doivent l'être au moment du silence (²), c'est-à-dire à des variations périodiques des valeurs instantanées de ces quantités.

La deuxième expérience permet en outre de constater, pour certains appareils, une notable augmentation de leur inductance moyenne due à la présence de la mem-

(¹) KENNELY et PIERCE, *The impedance of telephone receivers as affected by the motion of their diaphragms* (*Electrical World*, 14 septembre 1912).

(²) Voir Chapitre II, p. 34.

brane, tandis que leur résistance n'est pas sensiblement modifiée.

Voici les résultats trouvés par la méthode d'Anderson sur trois appareils différents (1) :

Téléphone Sullivan pour T. S. F.

Résistance ohmique.....	4240 ω
Diamètre de la membrane.....	45 ^{mm}
Épaisseur de la membrane.....	0 ^{mm} ,15
Poids de la membrane.....	1 ^g ,4
Sans membrane... R = 7000 ω	L = 1 ^H ,8
Avec membrane... R = 7000 ω	L = 2 ^H ,6

Monotéléphone Abraham.

Résistance ohmique.....	5650 ω
Diamètre de la membrane vibrante.....	17 ^{mm}
Épaisseur de la membrane.....	0 ^{mm} ,4
Poids de la membrane et de ses griffes ..	0 ^g ,65
Sans membrane... R = 7500 ω	L = 3 ^H ,34
Avec membrane.. R = 7500 ω	L = 4 ^H ,1

Téléphone de réseau (S. I. T., récepteur n° 3).

Résistance ohmique.....	127 ω
Diamètre de la membrane.....	54 ^{mm}
Épaisseur de la membrane.....	0 ^{mm} ,3
Poids de la membrane.....	4 ^g ,65
Avec ou sans membrane .. R = 210 ω	L = 0 ^H ,014

De ces observations on peut conclure que :

1° La réluctance du circuit magnétique est, ou du moins peut être, pour certains appareils, notablement modifiée par la présence de la membrane ;

2° Les pertes par courants Foucault, hystérésis, etc., dans la membrane, sont généralement peu importantes ;

(1) Comme je l'ai signalé plus loin (Chapitre II, p. 20), la fréquence effective à laquelle correspondent ces mesures est inconnue, bien qu'elles aient été faites avec un interrupteur à mercure qui donnait 80 ou 100 interruptions par seconde.

3° Les propriétés magnétiques et le mouvement de la membrane téléphonique créent des perturbations périodiques de la résistance et de l'inductance de l'appareil. Il est probable d'ailleurs qu'en service normal l'influence de ces perturbations est peu sensible, parce que les courants qui traversent l'appareil sont toujours plus petits que ceux qui circulent dans un dispositif de mesure.

Les variations fort importantes de la résistance et de l'inductance en fonction de la fréquence viennent, à nouveau, d'être mises en évidence par MM. Kennely et Pierce qui leur ont consacré une remarquable étude ⁽¹⁾.

Ces expérimentateurs ont en outre constaté que le mouvement de la membrane téléphonique n'agissait pas seulement sur les valeurs instantanées de la résistance et de l'inductance, mais aussi sur leurs valeurs moyennes, telles qu'on pouvait les conclure d'une mesure au pont.

Dans une première étude sur un appareil de réseau, faite en étouffant avec le doigt les mouvements de la membrane, ils ont observé que la courbe ascendante de la résistance en fonction de la fréquence avait une allure parabolique et que le produit de la résistance de l'appareil par son inductance était sensiblement indépendant de la fréquence

$$LR = \text{const.}$$

La figure 2 reproduit les courbes de la résistance, de l'inductance et de la réactance d'un appareil de 71^{ohm}.

Dans une seconde étude, MM. Kennely et Pierce, laissant la membrane vibrer librement, ont constaté que la résistance et la réactance de l'appareil, assez voisines des valeurs qu'elles avaient précédemment, soit aux basses fréquences, soit aux fréquences élevées, en différaient notablement au voisinage de la période propre fondamentale de la membrane, ce qu'ils ont attribué, avec raison

(1) KENNELY et PIERCE, *Loc. cit.*

semble-t-il, aux vibrations énergiques de celle-ci à la résonance.

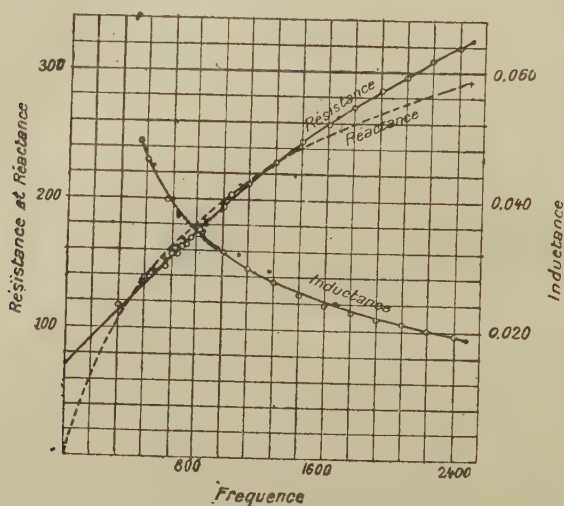


Fig. 2.

La figure 3 met en évidence les accroissements positifs

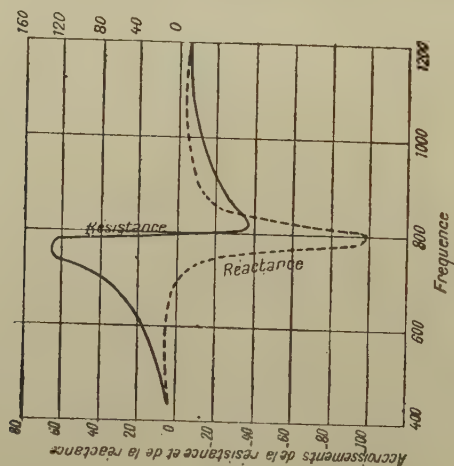


Fig. 3.

ou négatifs pris par la résistance et la réactance du même

téléphone pour une f. é. m., constante de 0,3 volts appliquée à ses bornes ⁽¹⁾. Ces courbes ont quelque analogie avec celle de l'indice de réfraction d'un milieu optique au voisinage d'une bande d'absorption.

Avec les très petits déplacements de la membrane qui correspondent aux courants téléphoniques normaux, il est vraisemblable, comme je l'ai remarqué plus haut, que ces effets sont fort réduits et que les variations de la résistance et de la réactance de l'appareil correspondent aux courbes obtenues en étouffant les vibrations.

Au point de vue mathématique, les équations mécanique et électrique du téléphone ont été établies par H. Poincaré ⁽²⁾ si u désigne le déplacement du centre de la membrane, m une masse fictive qui, d'après la théorie du mouvement élastique des plaques vibrantes, serait le cinquième environ de celle de la membrane, F les forces de frottement, M et K des coefficients qui caractérisent les actions respectives de l'électro-aimant lorsque celui-ci est parcouru par le courant i et lorsqu'aucun courant ne passe dans les bobines et enfin v la tension aux bornes de l'appareil, on a

$$m \frac{d^2 u}{dt^2} + F \frac{du}{dt} + Ku - Mi = 0$$

$$M \frac{du}{dt} + L \frac{di}{dt} + Ri - v = 0.$$

On trouvera dans la magistrale étude de Poincaré l'analyse détaillée du fonctionnement du récepteur téléphonique au moyen de ces équations fondamentales.

⁽¹⁾ Le cadre de cette étude ne me permet malheureusement pas de reproduire la théorie que MM. Kennely et Pierce ont faite, la construction de leur *diagramme circulaire* et le moyen qu'ils en ont déduit de mesurer l'amortissement de la membrane.

⁽²⁾ POINCARÉ. Étude du récepteur téléphonique (*Éclairage électrique*, 1907, t. L).

CHAPITRE II.

LE RÉCEPTEUR TÉLÉPHONIQUE INDICATEUR DE MAXIMUM OU DE MINIMUM.

1. Emploi du récepteur téléphonique.

L'emploi du récepteur téléphonique en tant qu'indicateur de maximum ou de minimum est très répandu, non seulement dans les laboratoires où son extrême sensibilité en fait un précieux galvanomètre pour courants alternatifs, mais encore dans la pratique industrielle.

Appareil précis autant que robuste, le récepteur téléphonique peut aussi se substituer dans nombre de cas au galvanomètre ⁽¹⁾.

Sans m'astreindre à dresser une liste indéfinie de ses applications, liste forcément aussi incomplète que fastidieuse, je me bornerai ici à indiquer un certain nombre d'importantes méthodes de mesure dans lesquelles l'emploi du téléphone est indispensable ou nettement sanctionné par la pratique, puis je signalerai un certain nombre de ses applications industrielles qui m'ont paru les plus caractéristiques de son emploi.

A basse fréquence, la plupart des méthodes de mesure reposent sur l'utilisation d'un dispositif plus ou moins dérivé du pont de Wheatstone.

Avant d'aborder l'étude particulière de chaque cas, j'esquisserai une théorie générale du pont en courant

(1) Personnellement, et sans l'interrupteur rotatif qu'on met généralement dans ce cas en série avec le téléphone, j'ai pu faire, au moyen d'une boîte à pont et d'un casque téléphonique de 4000^{ohms}, d'excellentes mesures de résistances par la méthode de Wheatstone.

alternatif et des conditions du silence téléphonique. Les conclusions de cette étude s'étendront par analogie aux montages, dont les dispositions s'écarteraient du dispositif classique.

2. Étude du pont en courant alternatif.

Les formules courantes simplifient le problème : 1° en négligeant les phénomènes de capacité dont conducteurs et bobines sont plus ou moins le siège ; 2° en admettant l'existence de résistances mortes sans self. Ces hypothèses, suffisamment exactes dans la pratique, ne rendent pas compte de certaines anomalies, ne fournissent aucune indication sur les conditions expérimentales les plus favorables ni, au besoin, sur les corrections à faire subir aux résultats trouvés.

Dans l'étude qui va suivre, j'attribuerai à tous les bras un coefficient de self-inductance et je tiendrai compte des effets de capacité en les assimilant à ceux que produirait

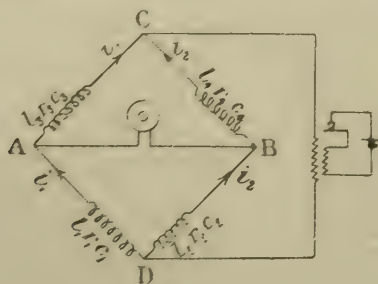


Fig. 4.

un condensateur mis en parallèle avec la branche considérée du pont ⁽¹⁾.

(1) En toute rigueur il faudrait encore tenir compte de la capacité des appareils par rapport au sol. On peut toutefois, dans certain cas, en éliminer l'influence par des dispositifs convenables (Voir Karl Willy Wagner ETZ, 1911, p. 1001 et 1912, p. 635).

Soient u la tension d'alimentation du pont, $l_1, r_1, c_1, \dots$, les inductance, résistance et capacité des bras.

Soient v_A, v_B, v_C, v_D les potentiels des sommets du pont. Le téléphone étant au silence :

$$v_A = v_B.$$

Je pose :

$$v_1 = v_D - v_A = v_D - v_B,$$

$$v_3 = v_A - v_C = v_B - v_C.$$

Je représente (*fig. 5*) la distribution fictive des inductance et capacité de chaque bras.

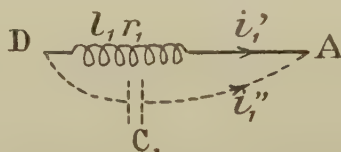


Fig. 5.

J'ai

$$v_1 = r_1 i_1' + l_1 \frac{di_1'}{dt},$$

$$i_1'' = c_1 \frac{dv_1}{dt},$$

$$i_1 = i_1' + i_1'',$$

d'où, en éliminant i_1' et i_1'' entre ces trois équations,

$$(1) \quad l_1 c_1 \frac{d^2 v_1}{dt^2} + r_1 c_1 \frac{dv_1}{dt} + v_1 = r_1 i_1 + l_1 \frac{di_1}{dt}$$

et trois autres équations analogues pour les trois autres bras du pont :

$$(2) \quad l_2 c_2 \frac{d^2 v_2}{dt^2} + r_2 c_2 \frac{dv_2}{dt} + v_2 = r_2 i_2 + l_2 \frac{di_2}{dt},$$

$$(3) \quad l_3 c_3 \frac{d^2 v_3}{dt^2} + r_3 c_3 \frac{dv_3}{dt} + v_3 = r_3 i_3 + l_3 \frac{di_3}{dt},$$

$$(4) \quad l_4 c_4 \frac{d^2 v_4}{dt^2} + r_4 c_4 \frac{dv_4}{dt} + v_4 = r_4 i_4 + l_4 \frac{di_4}{dt}.$$

Avec

$$(5) \quad v_1 + v_3 = v_D - v_C = u.$$

On peut tout d'abord éliminer v_3 entre ces cinq relations. Il vient :

$$(1) \quad \left\{ \begin{array}{l} (1) \quad f_1 = l_1 c_1 \frac{d^2 v_1}{dt^2} + r_1 c_1 \frac{dv_1}{dt} + v_1 - r_1 i_1 - l_1 \frac{di_1}{dt} = 0, \\ (2) \quad f_2 = l_2 c_2 \frac{d^2 v_1}{dt^2} + r_2 c_2 \frac{dv_1}{dt} + v_1 - r_2 i_2 - l_2 \frac{di_2}{dt} = 0, \\ (6) \quad f_3 = -l_3 c_3 \frac{d^2 v_1}{dt^2} - r_3 c_3 \frac{dv_1}{dt} - v_1 - r_3 i_3 \\ \quad - l_3 \frac{di_3}{dt} + l_3 c_3 \frac{d^2 u}{dt^2} + r_3 c_3 \frac{du}{dt} + u = 0, \\ (7) \quad f_4 = -l_4 c_4 \frac{d^2 v_1}{dt^2} - r_4 c_4 \frac{dv_1}{dt} - v_1 - r_4 i_1 \\ \quad - l_4 \frac{di_1}{dt} + l_4 c_4 \frac{d^2 u}{dt^2} + r_4 c_4 \frac{du}{dt} + u = 0. \end{array} \right.$$

soit quatre équations pour définir les trois fonctions i_1, i_2, v_1 . Les conditions du silence téléphonique résultent des conditions de compatibilité entre ces équations.

Celles-ci sont de deux sortes :

- 1° Relatives aux coefficients des équations ;
- 2° Relatives aux conditions initiales.

Les conditions 2° ne nous intéressent pas, car elles se rapportent aux termes exponentiels évanescents des intégrales générales. Ces termes, même s'ils correspondaient à un courant téléphonique différent de zéro, ce qui en général sera le cas, ne pourraient produire qu'une percussion sur la membrane téléphonique au moment de la mise sous tension.

Recherchons donc les conditions 1° que doivent remplir les coefficients des équations (I) pour que celles-ci admettent au moins un système d'intégrales communes.

Je transforme ce système, par l'introduction d'une inconnue auxiliaire ω_1 , en un système du premier ordre qui lui est équivalent au point de vue de l'intégration et qui comporte quatre fonctions inconnues définies par cinq équations :

$$(II) \quad \begin{cases} f_1\left(\frac{d\omega_1}{dt}, \frac{dv_1}{dt}, v_1, \frac{di_1}{dt}, i_1\right) = 0, \\ f_2\left(\frac{d\omega_1}{dt}, \frac{dv_1}{dt}, v_1, \frac{di_1}{dt}, i_1\right) = 0, \\ f_3\left(\frac{d\omega_1}{dt}, \frac{dv_1}{dt}, v_1, \frac{di_1}{dt}, i_1, \frac{d^2u}{dt^2}, \frac{du}{dt}, u\right) = 0, \\ f_4\left(\frac{d\omega_1}{dt}, \frac{dv_1}{dt}, v_1, \frac{di_1}{dt}, i_1, \frac{d^2u}{dt^2}, \frac{du}{dt}, u\right) = 0, \\ \omega_1 = \frac{dv_1}{dt}. \end{cases}$$

Un groupe de relations formé par quatre de ces équations permet le calcul des quatre dérivées premières des inconnues au moyen de ces fonctions elles-mêmes et de la variable t (u est une fonction de t). En portant les expressions obtenues dans la cinquième équation, je forme une relation à termes finis entre les inconnues. Éliminant l'une d'elles entre cette relation et le groupe des quatre premières équations, je forme quatre équations linéaires du premier ordre entre trois inconnues. C'est exactement le problème précédent, mais le nombre des équations et celui des inconnues sont diminués d'une unité.

En recommençant le calcul sur ce nouveau système, on le transformera en un système de trois équations définissant deux fonctions inconnues, etc. Finalement, on arrivera à une relation où figurera la seule variable t et dont l'identification à zéro sera évidemment la condition nécessaire et suffisante pour que les équations proposées admettent au moins un système d'intégrales communes.

En suivant de près la marche du calcul, on voit qu'on est amené à effectuer quatre dérivations successives.

Toutes les équations étant linéaires, la condition cherchée s'exprimera sous la forme :

$$(8) \quad A_6 \frac{d^6 u}{dt^6} + A_5 \frac{d^5 u}{dt^5} + \dots + A_1 \frac{du}{dt} + A_0 u = 0.$$

On peut, dans le cas actuel, abréger notablement le calcul en effectuant d'un seul coup les éliminations. L'intégration du système (I) dépend de celle d'une équation du quatrième ordre. Dérivons quatre fois les équations (I). Nous obtenons un système de 20 équations

$$(III) \quad \left\{ \begin{array}{llll} f_1 = 0, & \frac{df_1}{dt} = 0, & \dots, & \frac{d^4 f_1}{dt^4} = 0, \\ f_2 = 0, & \frac{df_2}{dt} = 0, & \dots, & \frac{d^4 f_2}{dt^4} = 0, \\ f_3 = 0, & \frac{df_3}{dt} = 0, & \dots, & \frac{d^4 f_3}{dt^4} = 0, \\ f_4 = 0, & \frac{df_4}{dt} = 0, & \dots, & \frac{d^4 f_4}{dt^4} = 0, \end{array} \right.$$

linéaires par rapport aux 19 inconnues

$$\frac{d^6 v_1}{dt^6}, \frac{d^5 v_1}{dt^5}, \dots, \frac{dv_1}{dt}, v_1; \frac{d^5 i_1}{dt^5}, \dots, i_1; \frac{d^5 i_2}{dt^5}, \dots, i_2.$$

En répétant, sur le système (III), les raisonnements effectués plus haut, on voit qu'on est amené, en fin de compte, à faire l'élimination algébrique des 19 inconnues précédentes entre les (20) équations (III), c'est-à-dire à annuler le déterminant formé avec les coefficients des fonctions inconnues et de leurs dérivées et les termes connus.

Le développement de ce déterminant, linéaire et homogène par rapport à u et à ses dérivées successives et dont les termes sont égaux, au moins à un coefficient de proportionnalité près, à ceux de l'équation (8), exprime la condition nécessaire et suffisante du silence téléphonique en régime permanent. En général, on ne pourra la satis-

faire, quelle que soit la forme de la tension u , car une semblable hypothèse entraînerait l'opérateur à disposer des variables de réglage de manière à vérifier les sept équations ci-dessous :

$$(9) \quad A_6 = 0, \quad A_5 = 0, \quad \dots, \quad A_0 = 0.$$

ce que le nombre de ces variables ne lui permettrait presque jamais de faire.

Il y a toutefois un cas étendu où l'on peut assurer le silence, quelle que soit la forme de u : ce sera lorsque les conditions expérimentales simplifieront l'équation (8) de manière à la réduire à deux termes consécutifs :

$$A_n \frac{d^n u}{dt^n} + A_{n-1} \frac{d^{n-1} u}{dt^{n-1}} = 0.$$

Une semblable relation ne peut, en effet, être satisfaite par une tension périodique u que si :

$$A_n = 0, \quad A_{n-1} = 0$$

expressions auxquelles les variables de réglage devront permettre de satisfaire.

Puisqu'en général les conditions du minimum téléphonique dépendent de la forme de la tension u , supposons celle-ci connue et décomposée en harmoniques.

Soit ω la pulsation de l'harmonique considéré. Employons la notation imaginaire, l'équation (8) s'écrira :

$$(-A_6 \omega^6 + A_4 \omega^4 - A_2 \omega^2 + A_0) u + j(A_5 \omega^5 - A_3 \omega^3 + A_1 \omega) u = 0,$$

d'où

$$(10) \quad \begin{cases} A_0 - A_2 \omega^2 + A_4 \omega^4 - A_6 \omega^6 = 0, \\ A_1 \omega - A_3 \omega^3 + A_5 \omega^5 = 0. \end{cases}$$

Si l'on ne dispose pas de plus de deux ou trois variables de réglage, on ne pourra amener au silence qu'un seul harmonique. Si l'on disposait d'un plus grand nombre d'éléments, on pourrait amener simultanément au silence

plusieurs harmoniques, mais le nombre de ceux-ci sera toujours très limité. Les formules (10) sont absolument générales et s'étendent au cas où les bras du pont seraient coupés par des condensateurs dont la présence équivaut à une inductance négative $-\frac{1}{C\omega^2}$.

Il serait possible de donner à la discussion une autre forme un peu détournée peut-être, mais que je signalerai.

La tension u est connue en fonction du temps.

$$u = \varphi(t).$$

La variable t ne figurant pas explicitement dans les équations (I), celles-ci se prêtent à d'intéressants changements de variables. On peut prendre pour variable indépendante la quantité u , ou bien encore inverser le rôle de celle-ci et de l'une des fonctions inconnues, i_1 par exemple, prise pour variable indépendante. L'intégration du système (I) conduirait à des relations de la forme :

$$(IV) \quad \begin{cases} v_1 = F_1(i_1), \\ i_2 = F_2(i_1), \\ u = F_3(i_1), \end{cases}$$

avec

$$u = \varphi(t).$$

La condition de compatibilité du système (I) conduirait à une expression

$$(11) \quad A'_6 \frac{d^6 i_1}{dt^6} + \dots + A'_1 \frac{di_1}{dt} + A'_0 i_1 = 0.$$

1° Ou bien on voudra, pour les mêmes raisons que plus haut, assurer le silence téléphonique, quelle que soit la forme de i_1 , c'est-à-dire, d'après le système (IV), quelle que soit la forme de u et l'on cherchera à satisfaire le système de relations

$$(12) \quad A'_6 = 0, \quad A'_5 = 0, \quad \dots, \quad A'_0 = 0,$$

dont le nombre sera en général réduit à deux ;

2° Ou bien on cherchera les conditions du silence en

fonction de la forme de i_1 . On remarquera alors que les équations liant les tensions aux intensités sont toujours linéaires et que, au moins en régime permanent, les courbes des intensités sont constituées par une série d'harmoniques de même fréquence que ceux de la tension. Les conditions du silence d'un des harmoniques de pulsation ω se déduiront donc de l'équation (11), comme elles ont été déduites de l'équation (8) :

$$(13) \quad \begin{cases} A'_0 - A'_2 \omega^2 + A'_4 \omega^4 - A'_6 \omega^6 = 0, \\ A'_1 \omega - A'_3 \omega^3 + A'_5 \omega^5 = 0. \end{cases}$$

Les équations (9) et (10) ou (12) et (13) pourront être substituées les unes aux autres.

Il faut en conclure l'identité, *au moins à un facteur commun près*, entre les quantités A et A' et l'équivalence des équations (8) et (11).

En pratique, dans les conditions particulières de chaque méthode et avec les hypothèses simplificatrices adoptées, l'élimination de u se fait très simplement entre les équations du système (I), et le calcul est notablement abrégé par la considération de l'équation (11) au lieu et place de l'équation (9).

Afin de poursuivre la discussion des équations (10) ou de leurs équivalentes les équations (13), il est utile de les expliciter. A cet effet, tenant compte de la remarque que j'ai faite plus haut de la correspondance entre les harmoniques de la tension et celles des inconnues qui en dérivent, j'écrirai les équations du système (I) sous la forme imaginaire :

$$\begin{aligned} v_1(1 - c_1 l_1 \omega^2 + j \omega c_1 r_1) + i_1(-r_1 - j \omega l_1) &= 0, \\ v_1(1 - c_2 l_2 \omega^2 + j \omega c_2 r_2) + i_2(-r_2 - j \omega l_2) &= 0, \\ v_1(-1 + c_3 l_3 \omega^2 - j \omega c_3 r_3) + i_1(-r_3 - j \omega l_3) \\ &= (-1 + c_3 l_3 \omega^2 - j \omega c_3 r_3) u, \\ v_1(-1 + c_4 l_4 \omega^2 - j \omega c_4 r_4) + i_2(-r_4 - j \omega l_4) \\ &= (-1 + c_4 l_4 \omega^2 - j \omega c_4 r_4) u. \end{aligned}$$

L'élimination de i_1 , i_2 , v_1 entre ces quatre équations n'offre pas de difficultés.

Posons

$$\alpha_1 = c_3 l_3 \omega^2 + c_2 l_2 \omega^2 - c_2 c_3 l_2 l_3 \omega^4 + c_2 c_3 r_2 r_3 \omega^2,$$

$$\alpha_2 = c_1 l_1 \omega^2 + c_4 l_4 \omega^2 - c_1 c_4 l_1 l_4 \omega^4 + c_1 c_4 r_1 r_4 \omega^2,$$

$$\beta_1 = c_2 r_2 \omega + c_3 r_3 \omega - c_2 c_3 (l_2 r_3 + l_3 r_2) \omega^3,$$

$$\beta_2 = c_1 r_1 \omega + c_4 r_4 \omega - c_1 c_4 (l_1 r_4 + l_4 r_1) \omega^3.$$

Les conditions de compatibilité s'écriront

$$(14) \quad \begin{cases} (1 - \alpha_1)(r_1 r_4 - \omega^2 l_1 l_4) - \beta_1 \omega (l_1 r_4 + l_4 r_1) \\ \quad = (1 - \alpha_2)(r_2 r_3 - \omega^2 l_2 l_3) - \beta_2 \omega (l_2 r_3 + l_3 r_2), \\ (1 - \alpha_1)(r_1 l_4 + l_1 r_4) \omega + \beta_1 (r_1 r_4 - \omega^2 l_1 l_4) \\ \quad = (1 - \alpha_2)(r_2 l_3 + l_2 r_3) \omega + \beta_2 (r_2 r_3 - \omega^2 l_2 l_3). \end{cases}$$

Par simple identification terme à terme, les équations (10) et (14) fournissent, à un facteur commun près, les valeurs des expressions A. Mais, telles quelles, les relations (14) permettent d'achever la discussion.

1° Le silence complet ne peut pas être obtenu, en général, avec une courbe quelconque de courant.

2° Le silence complet de l'un des harmoniques peut être obtenu par un réglage convenable. Mais, les conditions de ce silence étant fonction de la fréquence, toute modification de celle-ci entraîne une modification de celles-là (1).

3° Les termes qui tiennent compte des phénomènes de capacité, ainsi que des coefficients de self-inductance des résistances supposées mortes, sont des fonctions des puissances croissantes de la pulsation. Ces éléments

(1) J'ai observé ce phénomène d'une façon très nette en mesurant des capacités par la méthode du pont avec un alternateur à haute fréquence. Pendant le cours de chaque mesure la résistance de réglage donnant le minimum téléphonique variait de quelques ohms : ces oscillations correspondaient vraisemblablement aux variations de vitesse de l'alternateur.

prennent donc une importance de plus en plus grande avec la fréquence. Les formules élémentaires, très suffisamment exactes aux basses fréquences, deviendraient sans doute inapplicables en haute fréquence ⁽¹⁾.

4° Le minimum global de l'intensité téléphonique ne correspond pas au silence de l'harmonique fondamental.

5° L'oreille étant surtout sensible aux fréquences musicales accuse parfois le silence au moment du minimum d'un des harmoniques de la fréquence fondamentale utilisée, (d'après les intéressantes recherches effectuées sur ce sujet par M. de la Gorce, et dont celui-ci a bien voulu me donner connaissance). Il en résulte une importante cause d'erreur lorsque la résistance et l'inductance de l'appareil en étude varient rapidement en fonction de la fréquence (le récepteur téléphonique lui-même par exemple).

6° Pour faire des mesures aussi correctes que possible, tant au point de vue théorique qu'expérimental, par la détermination précise du minimum téléphonique, il est utile d'employer :

a. Comme source de courant variable, un alternateur tournant à vitesse constante et donnant une courbe de tension sinusoïdale à peu près pure;

b. Pour la réception, un téléphone à effets sélectifs, accordé sur l'harmonique fondamental, de façon à éliminer toute action perturbatrice des harmoniques supérieurs ⁽²⁾.

De plus, cette pratique permet d'éliminer les bruits de

(1) Aussi ai-je indiqué, à côté des méthodes de mesure en basse fréquence, des méthodes spéciales à la haute fréquence, toutes basées d'ailleurs sur le phénomène de résonance.

(2) Dans les mesures de haute précision, on pourra remplacer le téléphone à effets sélectifs par un galvanomètre à résonance qui, dans le cas spécial envisagé, a en outre l'avantage de donner des résultats indépendants de la sensibilité acoustique de l'opérateur.

friture dus à des causes mal définies, telles que mauvais isollements des circuits, etc., qui, avec les fréquences non musicales données par un trembleur, viennent troubler la mesure.

7° Le minimum téléphonique étant fonction et de la fréquence et des éléments constitutifs des bras, on a, si l'on connaît ceux-ci, un moyen original de calculer celle-là ⁽¹⁾.

Ces conclusions s'imposent lorsqu'il s'agit de haute précision; mais dans beaucoup de mesures courantes pour lesquelles une précision de quelques pour cent est en général suffisante, on pourra passer outre, et admettre, si l'on a choisi avec discernement les bras de comparaison, que les phénomènes de capacité sont négligeables et que l'inductance des résistances mortes est sensiblement nulle. Avec ces hypothèses, la plupart des formules simplifiées que j'indiquerai avec chaque méthode entraînent analytiquement le silence au téléphone, quelle que soit la forme du courant : une source quelconque de courants variables et un bon téléphone ordinaire permettront, sauf dans quelques cas spéciaux, des mesures suffisamment exactes.

Les résistances mortes de comparaison pourront avantageusement être constituées, suivant les indications de Duddell, par un tissu moitié soie moitié métal, qui a la propriété d'avoir une très faible capacité et une très faible inductance ⁽²⁾. L'emploi du pont à fil, quand le dispositif expérimental le permettra, réalisera pour deux des bras une bonne disposition. En effet, l'inductance et la capacité du fil entier, limites supérieures de celles de chacun des deux bras, pourront être évaluées, sous réserve des difficultés que présente une définition satisfaisante de ces

(1) Voir ci-dessous paragraphe 6 la méthode de Hughes Rayleigh.

(2) FLEMING, *The propagation of electric currents in telephon and telegraph conductors*, p. 227.

quantités, à :

$$L = 2l \log_e \frac{l}{r} \quad \text{U. E. M.}$$

$$C = \frac{l}{2 \log_e \frac{l}{r}} \quad \text{U. E. S.}$$

Si

$$l = 100^{\text{cm}}, \quad r = 0^{\text{cm}}, 25.$$

On trouve :

$$L = 1200^{\text{cm}},$$

$$C = 8^{\text{cm}}, 3.$$

quantités très petites et elles-mêmes difficilement accessibles à l'expérience.

3. Mesure de la résistivité des électrolytes.

MÉTHODE DE KOHLRAUSCH (1880). — On emploie un pont à fil ordinaire (fig. 6), alimenté par du courant alternatif pour éliminer les phénomènes de polarisation, qui fausseraient la mesure si elle était faite en courant continu.

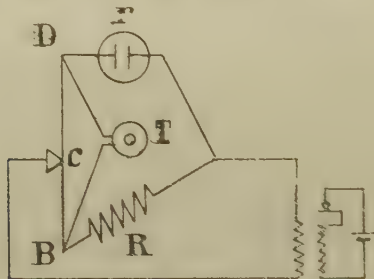


Fig. 6.

L'électrolyte, dans lequel les phénomènes de capacité et de self-induction sont tout à fait négligeables, constitue le troisième bras du pont, une résistance morte R , le quatrième. Les conditions d'équilibre, en courant alternatif, sont alors les mêmes qu'en courant continu, quelle que soit la forme de la tension d'alimentation.

Si la longueur du fil est de 1^m environ, on arrive, avec un peu d'habitude, à fixer la position du curseur C à moins de 0^{mm},5 près. On étalonne préalablement le fil BD de façon à construire en fonction de la position du point C la courbe représentative du rapport des résistances des deux branches CB, CD.

On se met à l'abri des variations de température pendant la durée des mesures en plaçant le récipient qui contient l'électrolyte dans un thermostat, dont la température est réglée à $\frac{1}{10}$ de degré près.

Lorsqu'on se propose de faire de simples comparaisons



Fig. 7.

entre les résistivités d'électrolytes divers, la forme des électrodes importe peu. Arrhénius les constitue au moyen de lames de platine, communiquant avec l'extérieur par des fils de même métal, protégées sur presque toute leur longueur par un petit tube de verre (*fig. 7*) et fixées à un couvercle isolant.

L'expérience montre que l'électrolyte possède une résistance constante et bien déterminée, à condition que le niveau du liquide dépasse les électrodes d'une hauteur au moins égale à leur intervalle. Enfin M. Muller (¹), auquel j'ai emprunté les détails qui précèdent, signale le fait très curieux suivant : « Le minimum téléphonique

(¹) P. Th. MULLER, *Lois fondamentales de l'électrochimie*. Gauthier-Villars, éditeur.

est plus facile à fixer quand les électrodes sont recouvertes de noir de platine (*électrodes platinées*), que si elles sont formées de platine blanc et poli. On platine les électrodes par électrolyse, avec une solution à 3 pour 100 de chlorure de platine du commerce, solution à laquelle on ajoute $\frac{1}{4000}$ de son poids d'acétate de plomb. L'électrolyse dure environ 5 minutes pour chaque électrode avec une force électromotrice de 4 volts et en réglant le courant jusqu'à ce qu'on voie un faible dégagement gazeux. Le platinage terminé, on lave un grand nombre de fois avec de l'eau tiède. »

4. — Mesure des capacités.

MESURE DES CAPACITÉS A BASSE FRÉQUENCE PAR LE MOYEN DU PONT. — Le montage se fait suivant le schéma de la figure 8. R et R' sont des résistances mortes. Soient i

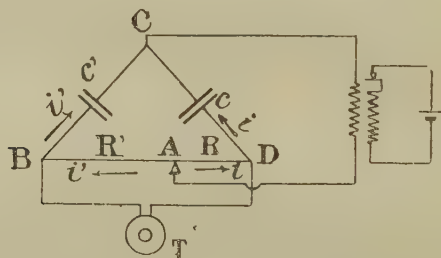


Fig. 8.

et i' les intensités dans les branches ADC, ABC, q et q' les charges des condensateurs c et c' sous les tensions v et v' . D'abord :

$$q = cv, \quad i = \frac{dq}{dt},$$

$$q' = c'v', \quad i' = \frac{dq'}{dt}.$$

D'autre part, lorsque le téléphone est au silence, la différence de potentiel entre les points B et D est nulle.

Donc

$$\begin{aligned} Ri &= R' i', \\ \nu &= \nu', \end{aligned}$$

d'où, après élimination des inconnues auxiliaires q, q', ν et ν'

$$\begin{aligned} Ri &= R' i', \\ \frac{i}{c} &= \frac{i'}{c'}, \end{aligned}$$

relations dont la condition de compatibilité, quelle que soit la forme de la tension d'alimentation u , s'écrit :

$$cR = c'R'.$$

L'emploi d'un pont à fil présente ici le nouvel avantage de donner des résultats indépendants des variations de la résistance des bras en fonction de la fréquence, puisque R et R' ne figurent que par leur rapport. L'absorption des condensateurs c et c' , lorsque leurs diélectriques ne présentent pas une conductibilité suffisamment faible, fausse les résultats des mesures. Quand les diverses parties du circuit sont mal isolées, il se produit des bruits de friture gênants, mais dont on peut en partie éliminer l'influence par l'emploi d'une fréquence musicale.

Sous les réserves formulées ci-dessus, cette méthode donne de bons résultats et sa mise en œuvre est aisée.

Elle peut être employée avec succès dans les mesures de capacité d'antennes ⁽¹⁾ et est utilisée par les poseurs de câbles.

Personnellement, j'ai effectué une série de mesures pour étalonner un condensateur variable à air ⁽²⁾. Bien

(1) BOULANGER et FERRIÉ, *La Télégraphie sans fil et les ondes électriques*, p. 117. Berger-Levrault, éditeur, 1909.

(2) GUYAU, *Sur le rôle d'une self-induction et d'une capacité à la base d'une antenne* (*Lumière électrique*, 8 juillet 1911).

que les conditions du minimum téléphonique fussent légèrement variables ⁽¹⁾ au cours même de la mesure, j'ai pu les encadrer avec assez de précision pour me permettre de construire une courbe d'étalonnage très correcte.

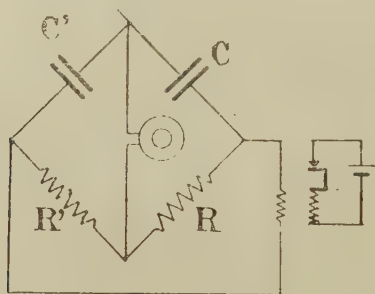


Fig. 9.

Autre dispositif. — On peut aussi faire le montage suivant le schéma de la figure 9.

Les conditions du silence téléphonique sont encore :

$$cR = c'R'.$$

COMPARAISON DE CAPACITÉS A HAUTE FRÉQUENCE PAR LA MÉTHODE DE RÉSONANCE ⁽²⁾. — On crée dans un circuit (I) des oscillations au moyen d'un trembleur t par exemple (*fig. 10*).

Un circuit (II), couplé lâche avec le premier et contenant le condensateur à étudier C_x et une inductance variable L , est accordé sur le premier au moyen de celle-ci. On reconnaît qu'on est à la résonance quand le son rendu par le téléphone T, en rapport avec le circuit (II) par l'intermédiaire d'un détecteur D, passe par son

⁽¹⁾ Voir ci-dessus, page 19, note 1.

⁽²⁾ H. REIN, *Radiotelegraphisches Praktikum*, p. 16. Zweite Auflage. Verlag von Julius Springer, Berlin, 1912.

maximum ⁽¹⁾. On remplace ensuite le condensateur C_x par un condensateur variable étalon C_n et l'on règle la valeur

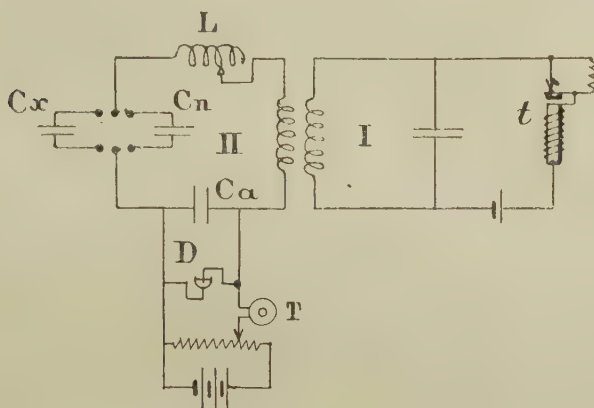


Fig. 10.

de sa capacité jusqu'à ce qu'on retombe sur la résonance. On a alors :

$$C_x = C_n.$$

Le couplage doit être lâche pour éviter que les circuits oscillants ne soient parcourus par deux ondes de fréquence distincte, qui auraient une influence nuisible sur la précision de la mesure. Le détecteur (dans le cas de la figure un détecteur électrolytique) ne doit pas, autant que possible, être mis directement en série avec le circuit (II). Il augmenterait par ce procédé, et d'une façon notable, l'amortissement en diminuant ainsi l'acuité de la résonance. On le branchera, par exemple, aux bornes d'un condensateur auxiliaire C_a . On peut aussi exciter le circuit du détecteur par induction.

S'il est difficile d'obtenir, avec le condensateur étalon,

(¹) M. Jouaust a indiqué (*B. S. I. E.*, mai 1912, p. 314) comment l'emploi simultané d'un thermique sensible et d'un électromètre permet des mesures absolues de capacités en fonction d'une inductance.

des capacités aussi petites que C_x on mettra les deux condensateurs en parallèle. Soit C'_n dans la première expérience la valeur de la capacité étalon. On supprime alors C_x : soit C''_n la capacité étalon dans la deuxième expérience. On a immédiatement :

$$C''_n = C_x + C'_n,$$

Si, au contraire, la capacité C_x dépasse la plus grande valeur de la capacité C_n , on mettra C_x en série avec C_n . Soit C'_n , dans cette première expérience, la valeur de la capacité étalon. La capacité de l'ensemble des deux condensateurs est :

$$C_1 = \frac{C_x C'_n}{C_x + C'_n}.$$

Puis on courtcircuite C_x . Soit C''_n la capacité de l'étalon dans cette deuxième expérience.

On a :

$$C''_n = \frac{C_x C'_n}{C_x + C'_n}$$

d'où :

$$C_x = \frac{C'_n C''_n}{C'_n - C''_n}.$$

L'une des plus importantes applications de cette méthode est la comparaison des pouvoirs inducteurs spécifiques des divers diélectriques, aux fréquences hertziennes, par substitution de lames de diverses natures entre les armatures du condensateur. Dans ce cas, et si le circuit (I) constitue un ondemètre étalonné, il n'est même plus utile de disposer d'une capacité étalon.

MESURE DE LA CAPACITÉ DES BOBINES AUX FRÉQUENCES HERTZIENNES ⁽¹⁾. — On peut, dans une certaine mesure, assimiler la capacité répartie le long d'une bobine à une

(¹) H. REIN, *Loc. cit.*

capacité de valeur convenable, en parallèle avec l'inductance seule de cette bobine. Dans ces conditions, on conçoit que celle-ci ait, à circuit ouvert, une période propre d'oscillation. Si, d'une part, on connaît l'inductance de cette bobine ⁽¹⁾ et si, d'autre part, on mesure la longueur d'onde de ses oscillations, la valeur de cette capa-

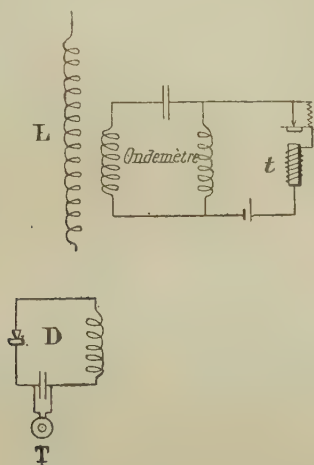


Fig. 11

cité fictive se trouve définie. Un ondemètre (*fig. 11*), excité par un trembleur t , induit des oscillations dans la bobine en étude. Celle-ci, à son tour, agit par induction sur le circuit d'un détecteur D (à cristaux, dans le cas de la figure) et d'un téléphone T .

Ce dernier circuit doit être apériodique ou, en tout cas, avoir une période propre, très différente de celle dont on effectue la mesure. On modifie les constantes de l'ondemètre jusqu'à ce que le son du téléphone passe par un maximum. On est alors à la résonance. Soit λ la longueur d'onde lue sur l'ondemètre. La capacité fictive que nous

(¹) Voir ci-dessous paragraphe 5.

avons prise pour mesure de celle de la bobine est :

$$x = \frac{\lambda^2}{4\pi^2 L},$$

x , λ et L étant exprimés en centimètres.

5. — Mesure des coefficients de self-inductance.

MESURE DES INDUCTANCES A BASSE FRÉQUENCE PAR LE MOYEN DU PONT. — Cette méthode, très simple, fournit cependant des mesures d'impédance avec une précision suffisante.

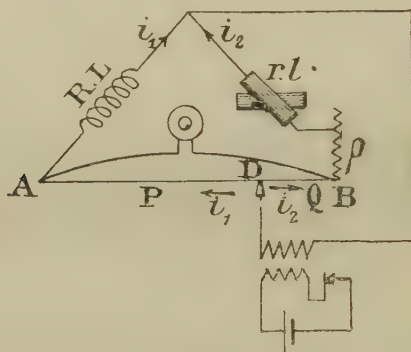


Fig. 12.

Dans le premier bras, on insère l'instrument en étude; dans le deuxième, une résistance variable sans self ρ et une inductance variable r, l de faible résistance et préalablement étalonnée. Les deux autres bras du pont sont constitués par des résistances mortes P et Q . On ajuste séparément la résistance ρ et l'inductance l , de manière à obtenir le silence du téléphone T . A ce moment, les points A et B sont au même potentiel. Si donc i_1 et i_2 désignent les intensités dans P et Q , on a :

$$P i_1 = Q i_2.$$

Pour la même raison :

$$R i_1 + L \frac{di_1}{dt} = (r + \rho) i_2 + l \frac{di_2}{dt}.$$

En éliminant i_2 entre ces deux équations, il vient :

$$\left(L - \frac{P}{Q} l \right) \frac{di_1}{dt} + \left[R - \frac{P}{Q} (r + \rho) \right] i_1 = 0,$$

équation qui ne sera satisfaite par un courant ou une tension d'alimentation de forme alternative que si

$$L = \frac{P}{Q} l,$$

$$R = \frac{P}{Q} (r + \rho).$$

Ces conditions entraînent d'ailleurs le silence du téléphone avec une tension d'alimentation de forme absolument quelconque.

Ainsi que je l'ai déjà fait remarquer, si P et Q sont constitués au moyen d'un pont à fil, le rapport de leurs résistances est indépendant de la fréquence.

La discussion détaillée du pont en courant alternatif a été faite plus haut, je n'y reviendrai pas.

M. Cohen ⁽¹⁾ a utilisé cette méthode dans une série de mesures effectuées sur des appareils téléphoniques. J'ai moi-même montré tout l'intérêt qui s'attache à l'étude de l'impédance des récepteurs téléphoniques en fonction de la fréquence ⁽²⁾.

Autre dispositif. — On peut aussi faire le montage suivant le schéma de la figure 13.

⁽¹⁾ *The national Telephone Journal*, septembre 1909.

⁽²⁾ GUYAU, *Contribution à l'étude des bobines téléphoniques* (*Revue électrique*, t. XVIII, 9 août 1912).

Les conditions du silence téléphonique sont encore :

$$L = \frac{P}{Q} l,$$

$$R = \frac{P}{Q} (r + \rho).$$

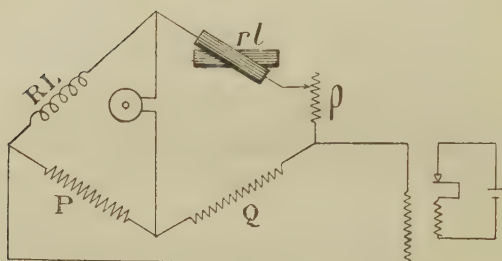


Fig. 13.

MESURE DES INDUCTANCES A BASSE FRÉQUENCE PAR LE PONT D'ANDERSON (1891). — Cette méthode, employée d'abord en Allemagne, puis en Angleterre ⁽¹⁾, se répand en France ⁽²⁾ et constitue l'une des méthodes les plus précises pour la mesure des inductances.

La figure 14 indique le montage. L'impédance inconnue L, R est placée dans un pont ordinaire dont les autres branches P, Q, S sont dénuées d'inductance et de capacité. Sur la diagonale cd , à la suite du téléphone T , on monte une résistance variable r . Un condensateur C relie un autre sommet du pont au point commun f à la résistance r et à l'appareil de zéro T .

Lorsque, le pont étant alimenté en courant alternatif, le téléphone est amené au silence, le courant qui le traverse est nul.

⁽¹⁾ FLEMING, *The principles of electric wave—Telegraphy and Telephony*, p. 145.

⁽²⁾ FERRIÉ, *Télégraphie sans fil*, p. 112, Berger-Levrault, éditeur, 1909.

Soient i_1 , i_2 , i_3 les intensités en Q, C et S. Soit d'autre part q la charge du condensateur C sous la tension v ,

$$i_2 = \frac{dq}{dt},$$

$$q = Cv.$$

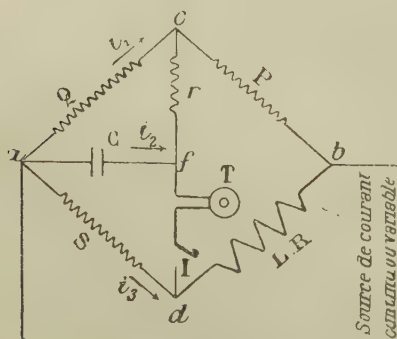


Fig. 14.

Appliquons les lois de Kirchhoff aux circuits $adTfa$, $acfd$, $cbdTc$, on trouve :

$$Si_3 = v,$$

$$Qi_1 - ri_2 = Si_3,$$

$$P(i_1 + i_2) - Ri_3 - L \frac{di_3}{dt} + ri_2 = 0.$$

Éliminons les inconnues auxiliaires q et v entre ces relations, il vient :

$$\frac{i_2}{c} = S \frac{di_3}{dt},$$

$$Qi_1 - ri_2 = Si_3,$$

$$Pi_1 + (P + r)i_2 = Ri_3 + L \frac{di_3}{dt}.$$

Entre ces trois équations éliminons enfin i_1 et i_2 . La condition du silence téléphonique en fonction de i_3 s'écrira :

$$\frac{di_3}{dt} \left(P + r + \frac{P}{Q}r - \frac{L}{CS} \right) SQ + \frac{i_3}{C} (SP - RQ) = 0,$$

G.

équation qui ne sera satisfaite par un courant (ou une tension d'alimentation) alternatifs que si :

$$SP = RQ,$$

$$\frac{L}{CS} = P + r + \frac{P}{Q} r.$$

Ces conditions entraînent d'ailleurs le silence du téléphone avec une tension d'alimentation de forme absolument quelconque.

Si les résistances sont exprimées en ohms et les capacités en farads, cette formule donne L en henrys.

Pour faciliter les tâtonnements, on procède de la façon suivante. On alimente d'abord le pont par du courant continu et l'on établit l'équilibre du pont au moyen du téléphone T et de la clef de rupture I . On a ainsi réalisé la première condition du silence.

$$PS = QR$$

au moins sous réserve des variations de la résistance des conducteurs en fonction de la fréquence. On remplace ensuite le courant continu par du courant variable et l'on modifie la résistance r de façon à obtenir un minimum téléphonique. Alors on agit par tâtonnements autour de ce premier réglage jusqu'à obtenir le minimum minimum correspondant à la réalisation simultanée des conditions du silence dont les termes sont, dans une certaine mesure, fonction de la fréquence.

Un bon isolement des diverses parties du circuit est indispensable sous peine, dans certains cas, de ne pouvoir procéder à aucune mesure. Néanmoins, il peut être avantageux de mettre franchement au sol un des points du circuit. L'emploi d'un courant de fréquence élevée concurremment avec un téléphone à effets sélectifs permet, comme je l'ai déjà indiqué plus haut, d'éliminer en partie les bruits de friture.

Personnellement ⁽¹⁾ j'ai fait diverses mesures dans ces conditions qui m'ont donné d'excellents résultats. Notamment, tout près du minimum mesurable qui, avec la capacité que j'employais, était de l'ordre de 10^{-5} henrys, j'obtenais encore une précision de 5 à 6 pour 100.

Comme dans les méthodes précédentes, les phénomènes parasites, dont les branches du pont sont le siège, empêchent d'obtenir le silence complet du téléphone et introduisent en général des erreurs systématiques, dont il est toutefois possible d'éliminer presque complètement l'influence dans les mesures de haute précision, par un dispositif expérimental convenable ⁽²⁾.

MESURES DES INDUCTANCES A HAUTE FRÉQUENCE PAR LA MÉTHODE DE RÉSONANCE. — Cette méthode est tout à fait similaire de celle que j'ai indiquée pour les mesures de capacités; il suffit de mettre self-inductance à la place de

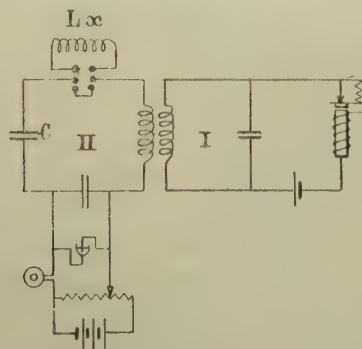


Fig. 15.

capacité et *vice versa*. Si le circuit (I) est étalonné en ondemètre et si le circuit (II) possède une capacité

⁽¹⁾ GUYAU, *Sur le rôle d'une self-induction et d'une capacité de la base d'une antenne* (*Lumière électrique*, 8 juillet 1911).

⁽²⁾ JOUAUST, *Bulletin de la Société internationale des Électriciens*, Mai 1912, p. 322.

variable étalon (*fig. 15*) on opérera en passant de la première à la deuxième expérience par simple suppression de l'inductance à mesurer. On la calculera par la formule :

$$L_x = \frac{\lambda^2}{4\pi^2} \frac{C_1 - C_2}{C_1 C_2}$$

où L , λ et C sont exprimés en centimètres.

Avec un simple ondemètre et un condensateur à air, dont les indications peuvent être considérées comme indépendantes de la fréquence, on trouvera, dans cette méthode, un moyen simple de mesurer des coefficients d'induction à haute fréquence — et l'on sait combien ceux-ci sont variables avec la pulsation.

6. — Mesure des coefficients de mutuelle inductance.

MESURE DES COEFFICIENTS DE MUTUELLE INDUCTANCE PAR LA MÉTHODE DE CAREY FOSTER ⁽¹⁾ MODIFIÉE PAR ALBERT CAMPBELL ⁽²⁾. — Le montage triangulaire se fait suivant le schéma de la figure 16.

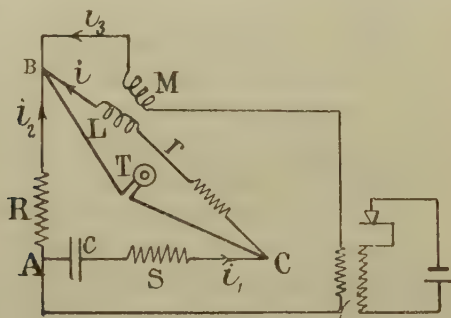


Fig. 16.

Le courant d'alimentation traverse la bobine inductrice,

⁽¹⁾ CAREY FOSTER, *Phil. Magazin*, 5^e série, t. XXIII, février 1887, p. 121.

⁽²⁾ *The National Physical Laboratory Collected Researches*, t. IV, London, 1908.

tandis que la bobine induite, en série avec une résistance morte, constitue l'un des côtés du triangle. Les deux autres côtés sont formés, l'un par une résistance morte R , l'autre par une capacité c en série avec une résistance morte S .

Soient v la différence de potentiel entre les bornes du condensateur et i_1, i_2, i_3 les courants qui convergent au sommet B. Quand le téléphone est au silence, la différence de potentiel entre les extrémités B et C du circuit téléphonique est nulle. Donc

$$\begin{aligned} 0 &= i_1 r + L \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_3}{dt}, \\ 0 &= R i_2 - v - S i_1. \end{aligned}$$

D'autre part, on a entre les intensités qui convergent au sommet B, la différence de potentiel v et le courant i_1 les relations

$$\begin{aligned} i_1 + i_2 + i_3 &= 0, \\ i_1 &= c \frac{dv}{dt}, \end{aligned}$$

d'où

$$\begin{aligned} 0 &= i_1 r + (L - M) \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt}, \\ 0 &= R \frac{di_2}{dt} - \frac{i_1}{c} - S \frac{di_1}{dt}. \end{aligned}$$

Éliminons i_2 entre ces équations, il vient :

$$i_1 \left(r - \frac{M}{cR} \right) + \frac{di_1}{dt} \left(L - M - \frac{SM}{R} \right) = 0,$$

équation qui ne sera satisfaite par un courant ou une tension d'alimentation de forme alternative que si

$$\begin{aligned} M &= c R r, \\ L &= M \frac{R + S}{R}. \end{aligned}$$

Ces conditions entraînent d'ailleurs le silence du télé-

phone avec une tension d'alimentation de forme absolument quelconque.

Quand

$$S = 0,$$

on a

$$L = M.$$

Ceci fixe le minimum possible de la valeur de L dans ce dispositif expérimental.

MESURE DES COEFFICIENTS DE MUTUELLE INDUCTANCE PAR LA MÉTHODE DE HUGHES RAYLEIGH (¹). — Sur l'un des bras

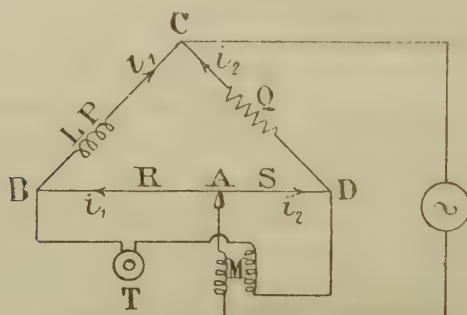


Fig. 17.

d'un pont (*fig. 17*) on place une self-induction connue L . L'un des circuits inductifs de la bobine de mutuelle inductance est mis en série avec le fil d'alimentation du pont, l'autre circuit de cette bobine en série avec le téléphone. Un alternateur fournit une tension sinusoïdale de fréquence constante.

Soit v la différence de potentiel entre les points B et D. Lorsque le téléphone est au silence, le courant qui le traverse est nul :

$$v - M \frac{di}{dt} = 0.$$

(¹) CAMPBELL, *The National Physical Laboratory Collected Researches*, t. IV, London, 1908.

D'autre part, le long des circuits BCD, BAD, on a :

$$L \frac{di_1}{dt} + P i_1 - Q i_2 = v,$$

$$- R i_1 + S i_2 = v,$$

avec

$$i_1 + i_2 = i.$$

Éliminons les inconnues auxiliaires i et v entre ces quatre équations, il vient :

$$(L - M) \frac{di_1}{dt} + P i_1 = Q i_2 + M \frac{di_2}{dt},$$

$$- M \frac{di_1}{dt} - R i_1 = - S i_2 + M \frac{di_2}{dt}.$$

Entre ces deux relations éliminons enfin i_2 . La condition du silence téléphonique en fonction de i_1 s'écrira :

$$\frac{d^2 i_1}{dt^2} M(S + Q)LM + \frac{di_1}{dt} M(S + Q)(PM + QM + RM + SM - SL) + i_1 M(S + Q)(QR - PS) = 0.$$

Cette équation est impossible à vérifier indépendamment de la forme du courant d'alimentation, excepté dans le cas où L et M seraient simultanément nuls, ce qui est contradictoire avec les hypothèses.

Les circonstances du silence téléphonique seront fonction de la période du courant et s'écriront :

$$QR - SP = \omega^2 LM,$$

$$SL = M(P + Q + R + S),$$

équations qui peuvent faire connaître à la fois le coefficient d'induction mutuelle cherché et la fréquence de la tension d'alimentation.

MESURE DES COEFFICIENTS D'ACCOUPLEMENT EN HAUTE FRÉQUENCE. — La méthode de résonance se prête seulement à la mesure des capacités et des inductances;

aussi, quand on veut mesurer, en haute fréquence, des coefficients d'accouplement :

$$x = \sqrt{\frac{M^2}{L_1 L_2}},$$

est-on obligé de recourir à l'artifice, bien connu d'ailleurs, qui consiste à mesurer séparément les inductances L_1 , L_2 de chacune des bobines, puis celles des deux systèmes que l'on peut obtenir en connectant les bobines en série :

$$L_3 = L_1 + L_2 + 2M,$$

$$L_4 = L_1 + L_2 - 2M,$$

d'où

$$M = \frac{L_3 - L_4}{4}, \quad x = \frac{L_3 - L_4}{4\sqrt{L_1 L_2}}.$$

7. — Mesure des longueurs d'onde.

Lorsque les circuits oscillants mettent en jeu une énergie suffisante, les intensités induites dans l'ondemètre

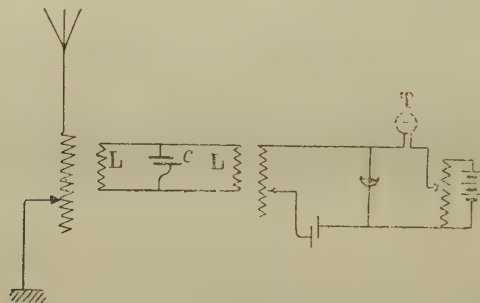


Fig. 18.

peuvent être décelées au moyen de dispositifs relativement peu sensibles : appareil thermique ⁽¹⁾, tube à néon ⁽²⁾,

⁽¹⁾ Ondemètres Dönitz, Ferrié, Tissot, etc.

⁽²⁾ Cymometer Fleming; Ondemeter Telefunken, construit en France par la Compagnie Thomson-Houston.

électromètre ⁽¹⁾, etc., mais, lorsque les oscillations sont de très faible amplitude, on est obligé de recourir à l'emploi d'un détecteur et d'un téléphone. J'ai déjà indiqué ce dispositif pour les mesures de capacités et d'inductances en haute fréquence qui sont, en somme, ramenées à des mesures de longueur d'onde.

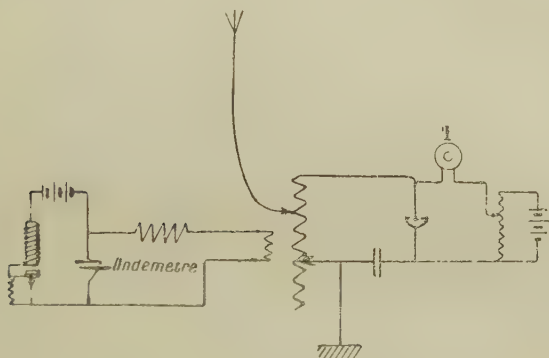


Fig. 19.

Si l'on veut, par exemple, mesurer la période d'une antenne accordée sur une longueur d'onde inconnue, on pourra, en intercalant entre l'antenne et le circuit du détecteur un circuit oscillant préalablement étalonné, connaître celle-ci, après que l'on aura obtenu les conditions de la réception optima. C'est le *multiple tuner* de Marconi (*fig. 18*).

On peut aussi transformer, par l'adjonction d'un trembleur, l'ondemètre en générateur d'oscillations et modifier les constantes de celui-ci jusqu'à ce que le bruit perçu par induction dans l'antenne passe par son maximum (*fig. 19*).

(¹) Ondemètre étalon de M. Jouaust où l'électromètre est employé concurremment avec un ampèremètre (*Bulletin de la Société internationale des Électriciens*, Mai 1912, p. 315).

8. Applications industrielles.

La téléphonie et la radiotélégraphie sont les emplois industriels du récepteur téléphonique qui nous ont rendu son usage familier. Mais à côté, en tant qu'appareil de zéro ou simple indicateur de courant, il a des applications nombreuses et diverses. On le trouve d'abord employé avec des dispositifs réalisant quelques-uns des montages indiqués précédemment et le plus fréquemment alors pour des mesures de résistance : résistance d'isolement (ohmmètres), résistance des terres de paratonnerre (¹), etc. Mais, dans cet ordre d'idées, l'appareil le plus original est le pont à téléphone employé par MM. Sharp et Millar dans leur photomètre portable.

La lampe étalon est une ampoule électrique à incandescence, mais l'intensité lumineuse, variant rapidement avec la tension d'alimentation, il est nécessaire de régler celle-ci avec précision. Les inventeurs se sont adressés pour cela à la mesure de la résistance du filament. L'ampoule est intercalée sur l'un des bras du pont dont les autres bras sont invariables ou du moins ne sont modifiés qu'au laboratoire. On règle, au moyen d'un rhéostat, la tension d'alimentation, donc le courant qui traverse l'ampoule, jusqu'à ce que la résistance, donc l'intensité lumineuse émise, reprenne la valeur définie par les trois autres bras du pont, ce qu'un téléphone et un interrupteur rotatif permettent de constater.

(¹) L'emploi du courant alternatif ou simplement discontinu met à l'abri des effets de la polarisation et l'emploi du téléphone a, en outre, l'avantage d'éliminer les perturbations dues aux courants vagabonds, si gênantes avec un galvanomètre. Dans l'appareil réalisé par Siemens et Halske, qui permet des mesures jusqu'à 500^{ohms}, le pont est alimenté par deux piles sèches, au moyen d'un interrupteur rotatif, commandé par la manivelle même qui déplace le curseur indicatif le long d'un pont à fil de forme circulaire,

L'optophone ⁽¹⁾ de M. Fournier d'Albe, de l'Université de Birmingham, permet d'une manière analogue aux aveugles de reconnaître acoustiquement la présence de la lumière, de la localiser et, jusqu'à un certain point, d'en apprécier l'intensité. Il est basé sur les variations de la résistance électrique du sélénium sous l'influence de la lumière.

Le courant d'une petite batterie de piles est envoyé dans un pont de Wheatstone; deux des côtés du quadrilatère ont chacun une résistance de quelques centaines d'ohms, le troisième est en sélénium et le quatrième est formé d'un dépôt de graphite sur verre dépoli. Tant que les deux dernières résistances restent dans le même rapport que les deux premières, aucun courant ne traverse le pont, mais dès que la résistance du conducteur en sélénium varie, le courant passe dans un interrupteur à mouvement d'horlogerie et actionne deux récepteurs téléphoniques que l'aveugle porte à l'oreille.

La sensibilité de l'appareil est très grande ⁽²⁾.

A un tout autre point de vue, le téléphone, associé à une bobine exploratrice, devient un indicateur sensible relativement aux champs magnétiques variables, et c'est sous cette forme qu'on le trouve employé avec succès à la recherche des défauts d'isolement dans les canalisations électriques ⁽³⁾.

(1) *Scientific American Supplement*, 3 août 1912; *Génie civil*, 28 décembre 1912.

(2) Si, dans une pièce éclairée, on le règle de façon que la lumière qui le frappe ne produise aucun son dans le récepteur téléphonique, il suffit de passer rapidement un corps opaque quelconque entre la boîte et la fenêtre, pour que ce changement de l'intensité d'éclairage se manifeste aussitôt par un son dans ce récepteur. L'inflammation d'une seule allumette produit un effet analogue.

La pile, le pont de Wheatstone, l'interrupteur et les résistances additionnelles sont renfermés dans une boîte de 0^m,46 × 0^m,15 × 0^m,10 que l'opérateur tient à la main.

(3) ÉRIC GÉRARD, *Bulletin de l'Académie royale de Belgique*, 1885.

Supposons qu'il s'agisse d'une perte à la terre C dans un conducteur AB isolé à ses deux extrémités. On relie l'une de celles-ci à la terre par l'intermédiaire d'une source S de courants variables, par exemple une simple pile avec un interrupteur tournant, mû par un mécanisme d'horlogerie.

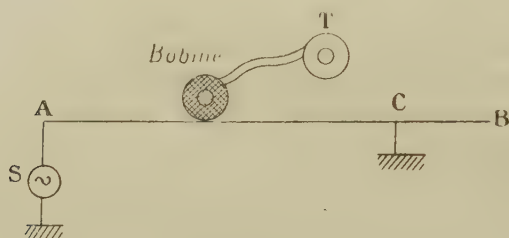


Fig. 20.

Le conducteur isolé CB, relié par une de ses extrémités C à la source S, est le siège de courants de capacité sensiblement nuls. Au contraire, la portion AC, qui fait partie du circuit fermé terre-SAC-terre est parcourue par des courants relativement intenses. Le conducteur AC est enveloppé par un flux magnétique variable dont les lignes de force sont circulaires. Si donc on présente normalement à ce conducteur, et aussi près que possible de lui, une bobine à circuit magnétique droit (genre bobine d'induction téléphonique), à l'enroulement duquel est connecté un téléphone, on percevra un bruit le long de AC qui cessera brusquement à partir de C. « Cette méthode s'applique aisément à une installation intérieure d'abonné, dont le branchement a été interrompu au préalable, et dans laquelle il est facile de transporter la bobine le long de fils, même dissimulés dans des cloisons ou des planchers. Dans le cas d'une canalisation souterraine, la bobine accusatrice sera approchée des conducteurs aux trous d'homme ou aux boîtes de jonction, de manière à localiser le défaut entre deux

boîtes successives. Si les conducteurs ont une armature métallique, celle-ci peut être enlevée aux regards intercalés dans la canalisation ⁽¹⁾. »

Dans le même ordre d'idées, le téléphone est employé à la localisation des branchements souterrains des conduites de distribution d'eau des villes ⁽²⁾ et permet ainsi, en l'absence de plan détaillé, d'éviter des fouilles ou d'en réduire la difficulté et l'importance.

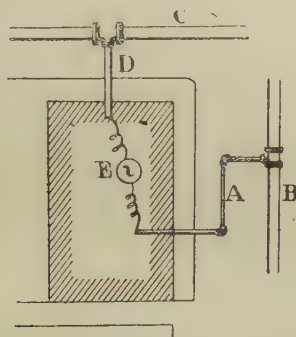


Fig. 21.

La figure 21 représente schématiquement un exemple des dispositions adoptées pour ces recherches. Il s'agit de trouver le tracé souterrain du branchement A de la conduite B, qui fait partie du même réseau que la conduite C et son branchement D. On relie deux des robinets des branchements A et D à une source d'électricité E, et l'on crée ainsi un champ magnétique tout autour du branchement A. Il suffit alors de promener dans ce champ une bobine exploratrice, couchée à plat et connectée à deux écouteurs téléphoniques. Tant que la bobine est éloignée du plan vertical de l'axe de la conduite, ses spires sont

⁽¹⁾ ÉRIC GÉRARD, *Leçons sur l'électricité*, t. II, p. 261, 7^e édition. Gauthier-Villars, éditeur, Paris, 1905.

⁽²⁾ *Génie civil*, t. LXI, 19 octobre 1912, p. 509, d'après l'*Engineering News* du 15 août 1912.

traversées par un flux alternatif que décèle le téléphone. Lorsqu'au contraire elle se trouve au-dessus de la conduite, les lignes de force sont tangentielles au plan des spires et le téléphone se tait. On arrive ainsi, avec un peu d'habitude, à localiser facilement le tracé.

Ces quelques exemples suffisent à montrer l'étendue et la variété des services que l'ingénieur peut attendre du téléphone, instrument sensible, robuste et bon marché, soit qu'il ait à recourir à quelque'un de ses usages déjà classiques, soit qu'il utilise ses propriétés à la solution d'un des problèmes sans nombre que la pratique fait surgir devant lui.

CHAPITRE III.

TENTATIVES D'EMPLOI DU TÉLÉPHONE
COMME INSTRUMENT DE MESURES RELATIVES.

1. — Appareil de Wien.

A côté des nombreuses méthodes de mesures où le téléphone est employé comme indicateur de maximum ou de minimum, des tentatives ont été faites pour utiliser cet instrument comme un véritable galvanomètre. Je citerai d'abord un appareil usité dans les laboratoires allemands et qui est dû à Wien.

La description et l'indication des travaux que l'auteur a effectués avec cet appareil ont paru sous le titre : *Le téléphone employé optiquement pour la mesure de l'intensité des courants* ⁽¹⁾.

Je reproduis ci-dessous la Note que M. Bouty a consacrée à ce Mémoire ⁽²⁾ :

« Le téléphone employé est un téléphone ordinaire ou un téléphone muni de deux électro-aimants symétriquement placés par rapport à la membrane et lui présentant leurs pôles de noms contraires.

» La membrane du téléphone est reliée, par l'intermédiaire d'une tige mince fixée à son centre, à un morceau de ressort de montre très fin qui porte un miroir. Quand on fait passer un courant dans la bobine du téléphone, le miroir éprouve un déplacement angulaire qu'on mesure par la méthode de réflexion et qui, dans des limites assez larges, est proportionnel à l'intensité du courant.

(1) *Wiedemanns Annalen*, t. XLII, p. 593-621; t. XLIV, p. 681-712.

(2) *Journal de Physique*, 3^e série, t. I, p. 547 et suiv.

On peut régler la longueur du ressort de manière que la période de ses vibrations propres coïncide avec celle de la membrane et celle du courant sinusoïdal employé ; l'amplitude de l'excursion du miroir est alors amplifiée dans un rapport théoriquement infini et pratiquement supérieur à 100 et l'appareil devient propre à déceler et à mesurer des courants sinusoïdaux de très faible intensité. Il est à remarquer que le téléphone optique de Wien, réglé pour des courants sinusoïdaux de période déterminée, peut être considéré comme à peu près insensible pour des courants d'une autre période. Il en résulte que, tandis que le téléphone acoustique ne peut jamais être réduit au silence dans les mesures effectuées au moyen du pont de Wheatstone et qu'il y a seulement un minimum de bruit, le miroir du téléphone optique peut être amené rigoureusement au repos. »

Wien a employé son appareil pour la mesure de la résistance de l'acide sulfurique étendu au voisinage du maximum de conductibilité, comme appareil de zéro dans un pont de Wheatstone parcouru par des courants alternatifs, pour la comparaison de coefficients d'induction entre eux ou à des capacités, etc.

Quelque intérêt que présente cet appareil, il offre cet inconvénient d'être *exclusivement* un appareil de résonance et, comme tel, d'avoir des applications limitées. En outre, les déplacements du miroir ne sont liés à ceux de la membrane que par l'intermédiaire d'un dispositif mécanique dont l'inertie déforme, altère le mouvement de celle-ci.

2. — Appareil de Cauro.

La difficulté d'atteindre directement le mouvement de la membrane résulte, d'une part, de l'extrême petitesse

des efforts électromagnétiques mis en jeu — et à ce point de vue l'emploi d'un dispositif optique d'observation s'impose — et, d'autre part, de l'extrême petitesse du mouvement de la membrane — et ce second point de vue conduit à l'emploi des méthodes interférentielles de mesures dont l'usage s'est tellement étendu dans ces dernières années.

C'est sous cette forme que Cauro, dans sa thèse intitulée : *Mesures sur le microphone* (Paris, 1899), aborda la question ⁽¹⁾. Le dispositif optique qu'il employait était

Source

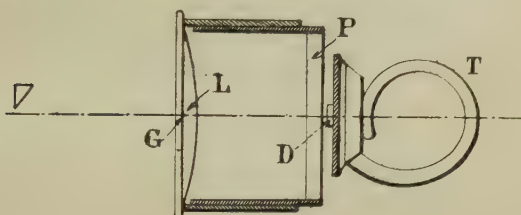


Fig. 22.

DISPOSITIF DE CAURO.

T Téléphone; D Disque en verre plan; P Plan de verre formant les anneaux; L Lentille.

des plus simples et à peu près identique à celui de Fizeau. « La membrane portait en son centre un petit disque en verre, destiné à former les anneaux. Devant la membrane se trouvait un deuxième plan de verre monté dans un barillet qu'on pouvait déplacer d'avant en arrière et fixer par une vis et qui portait une lentille convergente de court foyer (10^{cm} environ). On formait au foyer de cette lentille une image très petite de la source que l'on pouvait placer très loin, dans une direction perpendiculaire à l'axe de

(¹) Antérieurement, Salet avait en déjà l'idée d'utiliser les propriétés des anneaux colorés pour l'étude du téléphone.

l'appareil, la lumière étant renvoyée au moyen d'un petit prisme à réflexion totale.

Le faisceau tombe parallèlement sur le système de la lame fixe et du petit disque en verre. On forme les anneaux au contact, puis on s'éloigne progressivement jusqu'à atteindre le maximum qui suit la septième ou huitième extinction. On a alors entre les deux verres une distance de 2^{mm}, ce qui est très important pour supprimer les effets de la viscosité de l'air et les effets dus à l'attraction des deux plaques qui doivent se produire au contact.

On fait vibrer la membrane, les franges se brouillent, on leur rend leur netteté en stroboscopant le faisceau. On les voit alors se mouvoir lentement. On forme un quadrillage sur la plaque de verre qui est en avant. On mesure sur ce quadrillage le déplacement des franges » (1).

« La vibration de la membrane téléphonique et celle de la plaque microphonique sont de l'ordre d'une fraction de micron. Au contraire, la vibration de la couche d'air est de l'ordre de plusieurs centièmes de millimètre (ou tout au moins de la membrane élastique légère qui la mesure) (2). »

La mesure du déplacement des franges au moyen d'une simple glace quadrillée est des plus rudimentaire. Elle n'a permis à Cauro que l'évaluation de l'ordre de grandeur des déplacements de la membrane téléphonique. Sans doute n'a-t-il pas poussé plus loin sa tentative à cause de la difficulté de la mise au point d'un véritable appareil de mesure.

Toutefois, dès 1893, Raps (3), dans une étude des vibrations de l'air, parvint à photographier des franges d'interférence obtenues dans un réfractomètre de Jamin. Son dispositif d'enregistrement par cylindre tournant était analogue à celui que j'ai étudié pour l'oscillographe interférentiel décrit ci-après.

(1) CAURO, *Mesures sur le microphone*, Thèse, p. 36.

(2) CAURO, *Loc. cit.*, p. 57.

(3) RAPS, *Wiedemann's Annalen* 1893, t. L et *Journal de Physique*, 1894, 3^e série, t. III.

CHAPITRE IV.

OSCILLOGRAPHIE INTERFÉRENTIELLE.

1. — Description générale d'un oscillographe interférentiel.

L'importance d'un téléphone que la mesure des déplacements de sa membrane transformerait en un véritable galvanomètre m'apparut lorsque se posèrent devant moi différents problèmes de la télégraphie hertzienne. La solution de ce problème était liée à la réalisation d'un appareil qui permit l'enregistrement des petits mouvements.

J'étudiai alors les conditions d'établissement d'un oscillographe interférentiel dont je confiai la construction

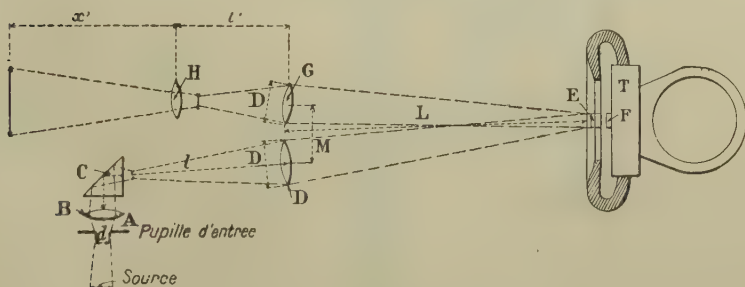


Fig. 23.

à l'habileté de MM. Jobin et Yvon. La planche I et la figure 23 en montrent les principales dispositions.

L'appareil en étude est supporté par trois vis V_3 . Sur sa surface vibrante, quelle qu'elle soit d'ailleurs, est collé

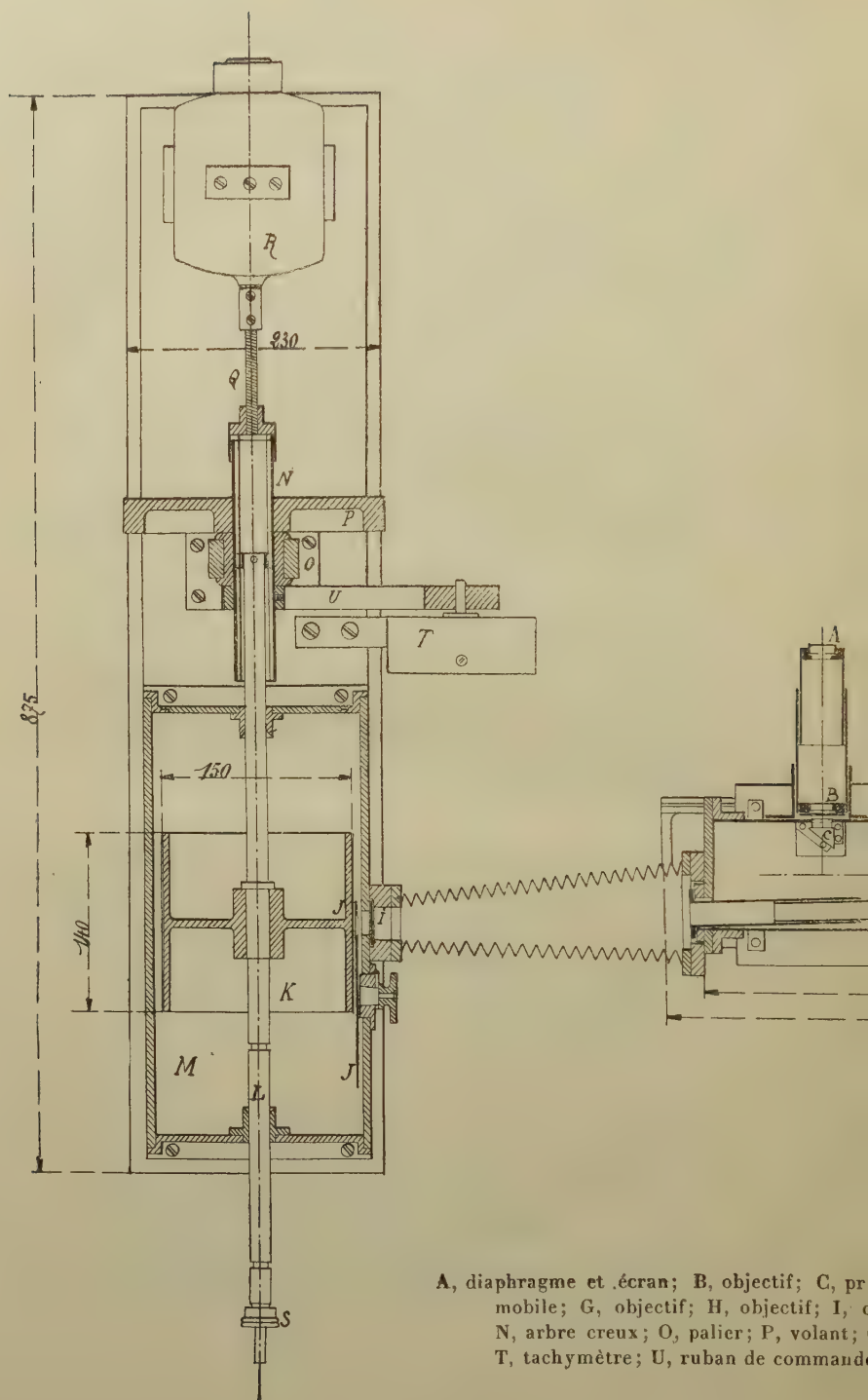
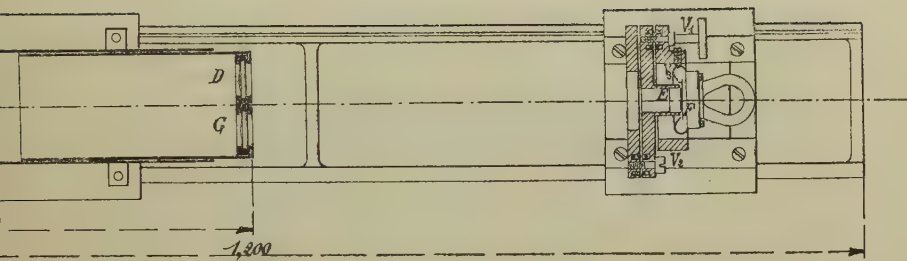


PLANCHE I.



on totale; D, objectif; E, miroir fixe de référence; F, miroir
fente; K, tambour; L, arbre; M, chambre photographique;
moteur; S, manette de commande du mouvement longitudinal;
tre; V₁, vis de réglage; V₂, vis de réglage; V₃, vis de fixation.

un petit miroir plan F ⁽¹⁾ argenté. Trois vis molletées V₁ permettent d'amener celui-ci en face d'un miroir de référence E semi-argenté et rigidement lié au bâti de l'appareil, de manière à former entre eux une lame d'air mince ($\frac{1}{20}$ de millimètre).

Les deux faces des miroirs E font entre elles un angle, petit d'ailleurs, de façon à éliminer la portion de lumière incidente, réfléchiée, sur la première face, à l'entrée du faisceau interférent. Trois vis V₂ permettent de donner à l'ensemble des miroirs une orientation convenable. Un faisceau lumineux, fourni par une lampe à mercure en quartz S, concentré sur la lame mince au moyen de deux lentilles B, D et d'un prisme C, dessine sur celle-ci des franges d'interférence verticales. Ces franges lumineuses sont projetées, au moyen de deux autres lentilles G, H, soit sur une plaque photographique devant laquelle se meut la fente horizontale d'un obturateur de plaque, soit (Planche I) sur une fente étroite J (1^{mm}) horizontale, derrière laquelle se trouve un cylindre enregistreur animé d'un mouvement hélicoïdal.

Dans le premier cas, la combinaison du mouvement des franges et de celui de la fente de l'obturateur donne de celles-ci une image déformée, dont l'analyse conduit au tracé de la courbe du mouvement. Dans le second cas, l'image ponctuelle des franges grave, en coordonnées obliques, sur la pellicule sensible, l'oscillogramme du mouvement étudié. L'écartement de deux franges consécutives fixe l'échelle à laquelle on doit lire le diagramme.

Les figures 24 et 25 reproduisent deux bandes oscillographiques obtenues de la sorte et correspondant respectivement à des vibrations de fréquences 42 et 512.

On trouvera, groupés ci-après, les éléments de défi-

(1) Les miroirs F, que j'ai le plus couramment utilisés, avaient les dimensions suivantes : diamètre, 8^{mm} ; épaisseur, 1^{mm} ; poids, 0^g, 12. Ils étaient posés avec soin sur une goutte d'adhésif, et de préférence par un spécialiste, de crainte de déformations.

dition des systèmes optiques et les coefficients caractéristiques de l'appareil, dont la signification sera précisée ultérieurement ⁽¹⁾.

Éléments de définition des systèmes optiques.

Longueurs focales.

Objectif B.....	$f = 4,5^{\text{cm}}$
» D.....	$F = 19$
» G.....	$F' = 15$
» H.....	$f' = 3$

Positions relatives (fig. 23 et 28).

$$\begin{aligned} x &= 14^{\text{cm}}, & l &= 34^{\text{cm}}, \\ L &= 67^{\text{cm}}, \\ l' &= 22^{\text{cm}}, 5, & x' &= 33^{\text{cm}}. \end{aligned}$$

Coefficients caractéristiques.

Incidence.....	$\alpha = 0,027$ radians
Écarts d'incidence.....	$\varepsilon = 0,020$ »
Coefficient de luminosité.....	$W = 1,6 \cdot 10^{-3}$
Coefficient de netteté.....	$K = 0,92$
Coefficient actinique.....	$A = 1,8 \cdot 10^{-4}$
Temps de pose minimum correspondant...	$\theta = 0^s,0002$



Fig. 24. — Oscillogramme interférentiel du mouvement de la membrane téléphonique.

Fréquence $f = 42 \sim$. Temps de pose $\theta = \frac{\varepsilon}{\alpha} = 0^s,0007$.



Fig. 25. — Oscillogramme interférentiel du mouvement de la membrane téléphonique.

Fréquence $f = 512 \sim$. Temps de pose $\theta = \frac{\varepsilon}{\alpha} = 0^s,0004$.

(1) Chapitre V.

2. — Principes de la méthode interférentielle.

Il est aisé de se rendre compte des avantages que présente la méthode interférentielle et de ses limites d'emploi. Les franges d'interférence dessinent les courbes de niveau de la lame d'air mince. Leur équidistance, sous des incidences normales, est une demi-longueur d'onde. Si l'une des surfaces se déplace, il en est de même des courbes de niveau et l'étude de leurs trajectoires orthogonales permet de se rendre compte du mouvement de la surface. On trouvera plus loin ⁽¹⁾ l'étude détaillée du mouvement des franges en fonction de celui du miroir mobile. Je me placerai simplement ici dans le cas suivant dont on se rapproche en pratique : les franges sont rectilignes, à peu près équidistantes, et le mouvement de la surface mobile se fait perpendiculairement à la surface de référence. Les trajectoires orthogonales des franges sont des droites, les apparences redeviennent périodiquement les mêmes lorsque l'épaisseur de la lame a varié d'un nombre entier de demi-longueur d'onde ⁽¹⁾ et, si l'on suit le mouvement de l'une des franges, son déplacement orthogonal v est lié au déplacement correspondant u de la surface mobile et à la distance V de deux franges consécutives par la relation :

$$(1) \quad u = \frac{\lambda}{2} \frac{v}{V}.$$

On se place dans de bonnes conditions expérimentales en réglant les surfaces interférentielles de manière à ce que $V = 1^{\text{mm}}$ environ. Le déplacement des franges mesure celui du miroir mobile à l'échelle

$$\frac{v}{u} = \frac{2}{\lambda} V = \frac{2 \times 1000}{0^{\mu}, 4} = 5000 \quad \text{en lumière violette,}$$

⁽¹⁾ Note I.

échelle que l'on multipliera facilement par le grossissement de l'image projetée sur le cylindre (3 par exemple, ce qui porte l'échelle à 15 000) puis, ultérieurement, par l'agrandissement des oscillogrammes (5 ou 6 fois). On voit immédiatement que la réalisation pratique de l'appareil dépend, d'une part, du pouvoir actinique de l'image formée sur la pellicule photographique et, d'autre part, de la précision avec laquelle on pourra fixer la position d'un maximum lumineux.

3. — Procédés généraux d'observation.

Les procédés d'observation d'un mouvement rapide quel qu'il soit reposent tous sur le principe suivant : par un moyen d'obturation instantané, isoler à l'instant t les positions occupées par une image lumineuse pendant un intervalle de temps très court θ des positions précédentes et suivantes. Dans le cas d'une observation directe, le temps indispensable à l'œil pour une vision distincte et à l'observateur pour une mesure étant assez long, il sera nécessaire, profitant du phénomène de la persistance des images lumineuses sur la rétine, de reproduire à intervalles rapprochés la même image. Le procédé ne se prêtera qu'à l'étude de phénomènes rigoureusement périodiques et donnera naissance à la méthode stroboscopique, ou à des méthodes plus ou moins dérivées (oscillographe Blondel, etc.). Dans le cas d'une observation photographique, pourvu que le temps θ soit suffisant pour impressionner l'émulsion, on pourra étudier des phénomènes quelconques, soit en ayant recours à un enregistrement continu (cylindre ou miroir tournants), soit à un enregistrement discontinu à de faibles intervalles de temps (cinématographes, etc.). Mais, quel que soit le procédé, étude directe d'une image lumineuse ou examen de sa trace photographique, les conditions d'une bonne observation

sont les mêmes : θ doit être assez petit pour que l'incertitude qui résulte, dans la détermination de la position d'un point du mouvement de ce point pendant le temps θ n'entache pas l'observation d'une erreur qui ferait tomber la précision de la mesure au-dessous de la limite fixée. Dans le cas actuel, le problème revient à déterminer les positions du maximum lumineux d'une des franges le long d'une normale à cette frange. Le mouvement de ce maximum lumineux est défini en fonction du déplacement de la membrane vibrante par l'équation :

$$(2) \quad v = V \frac{2 \cos \alpha}{\lambda} u.$$

On aura, en général, affaire à un mouvement vibratoire dont il suffit, ici, de considérer l'harmonique fondamental :

$$u_m \sin \omega t,$$

et l'on aura, pour des incidences normales :

$$v = \frac{2V}{\lambda} u_m \sin \omega t, \quad \left(\omega = \frac{2\pi}{T} \right).$$

Si l'on veut obtenir une courbe sur laquelle on puisse apprécier la position d'un maximum lumineux à moins de $\frac{1}{n}$ de l'épaisseur d'une frange,

$$\frac{dv}{V} \leq \frac{1}{n},$$

on devra choisir θ de manière que, pendant cet intervalle de temps, l'espace parcouru par le mobile lumineux :

$$dv = \frac{2V\omega}{\lambda} u_m \theta \cos \omega t,$$

soit toujours inférieur à $\frac{V}{n}$; d'où:

$$(3) \quad \theta \leq \left(\frac{dv}{V} \right) \left(\frac{V}{v_m} \right) \frac{T}{2\pi} = \frac{1}{n} \frac{V}{v_m} \frac{T}{2\pi}.$$

Naturellement, pour que ce raisonnement ait un sens, il faut que la netteté du système de franges, observées à travers le système optique de réception, ou photographiées par celui-ci, permette déjà d'apprécier la position d'une frange à moins de $\frac{V}{n}$ près ⁽¹⁾.

Si l'on prend

$$\frac{1}{n} = 0,05,$$

et si l'on veut étudier, par exemple, des mouvements dont l'élongation maxima v_m soit

$$v_m \leq V,$$

ce qui correspond à

$$u_m \leq \frac{\lambda}{2},$$

la formule (3) donne

$$\theta \leq 0,008 T,$$

soit environ le centième de la période.

Mais, si l'on désire simplement connaître l'amplitude du mouvement définie par les points d'élongation maxima, le problème se simplifie. Sans doute la précision des mesures est une fonction complexe de la période, de l'amplitude, du temps de pose proprement dit, de l'importance photochimique de la trace lumineuse en ces points de vitesse nulle. Mais, en fait, il suffira, pour atteindre, avec des amplitudes de l'ordre de $\frac{\lambda}{2}$, une précision voisine de celle avec laquelle on peut repérer les franges au repos, que la vitesse de rotation du cylindre soit suffisante pour assurer une bonne séparation de deux maxima ou de deux minima d'amplitude consécutifs, que l'image photographique ne soit pas trop fugitive et que le temps de pose descende au-dessous de $\frac{1}{5}$ à $\frac{1}{10}$ de la période. J'ai obtenu

(1) Voir les chiffres donnés à ce sujet, p. 77 et 78.

dans ces conditions de très bons oscillogrammes à la fréquence 512 avec des amplitudes $u = 0^{\mu}, 071$ et $u = 0^{\mu}, 164$, et des temps de pose respectivement égaux à $\theta = 0^s, 00037$ et $\theta = 0^s, 00032$.

4. — Examen des oscillogrammes.

Quoique représentant le mouvement à une échelle qui, je l'ai montré plus haut, peut aisément atteindre 15000, les oscillogrammes interférentiels se prêteraient difficilement à un examen direct.

Il convient, soit de les observer au moyen d'un microscope permettant des pointés micrométriques précis, soit de procéder à un agrandissement des films; j'ai utilisé ces deux procédés d'étude.

Le microscope dont je me suis servi est un appareil à très faible grossissement. Il ne convient pas, en effet, d'employer des appareils puissants, tant à cause du grain de la gélatine qu'en raison des apparences toujours un peu fugitives des oscillogrammes.

L'instrument est muni d'une platine mobile et d'un oculaire micrométrique. Les déplacements perpendiculaires de la platine et du réticule permettent de relever avec facilité, soit l'amplitude seule du mouvement, soit les coordonnées d'une série de points de la courbe ⁽¹⁾.

Les caractéristiques de ce microscope sont les suivantes :

Distance frontale.....	5,8 ^{cm}
Distance focale de l'objectif.....	4,64
Distance de l'objectif à la première lentille de l'oculaire de Huygens.....	8,5
Distance des deux lentilles de l'oculaire.....	8
Distance focale commune de ces lentilles.....	5

(1) Notamment pour l'utilisation des photographies obtenues par obturateur de plaque.

L'image donnée par la première lentille de l'oculaire de Huygens, image qui se forme dans le plan du réticule micrométrique, est sensiblement égale à l'objet et la mesure des coordonnées d'un point, par le double mouvement de la platine et du micromètre, n'a besoin de subir aucune correction :

Grossissement donné par l'objectif.....	$\frac{23,2}{5,8} = 4$
Grossissement donné par la première lentille de l'oculaire.....	$\frac{3,7}{14,7} = \frac{1}{4}$
Grossissement global pour une distance minima de la vision distincte de 15 ^{cm}	$1 + \frac{15}{5} = 4$

L'emploi de cet instrument convient lorsqu'on étudie de très bonnes photographies. Avec des oscillogrammes moins nets, la précision même du dispositif de pointage intervient pour accroître l'incertitude de l'observateur et diminuer l'exactitude des mesures.

On aura alors recours à l'agrandissement en vue d'observations directes. On pourra procéder de la façon suivante, qui est à la fois expéditive et précise. On introduit la pellicule dans une lanterne à projection et l'on forme, agrandie 5 ou 6 fois, l'image de l'oscillogramme sur un écran recouvert d'un papier blanc.

Les photographies, même les plus pâles, se dessinent sur l'écran avec un relief suffisant pour que l'observateur puisse en reproduire les contours au crayon. Il est aisé, ensuite, de faire des mesures sur le diagramme obtenu.

J'ai recherché la précision atteinte par ce procédé et j'ai mesuré, à cet effet, sur l'oscillogramme reproduit figure 25, dans une série de dix relevés distincts, l'amplitude d'une demi-sinusoïde. Chaque relevé m'a fourni deux mesures de V faites l'une à l'endroit d'un maximum, l'autre à l'endroit d'un minimum d'amplitude, soit en tout vingt mesures.

Numéros des diagrammes.	Amplitudes en $\mu\mu$.	Résidus.
1.....	$\left\{ \begin{array}{l} 69,0 \\ 69,0 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} -1,8 \\ -1,8 \end{array} \right.$
2.....	$\left\{ \begin{array}{l} 69,4 \\ 71,5 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} -1,4 \\ +0,7 \end{array} \right.$
3.....	$\left\{ \begin{array}{l} 71,5 \\ 65,5 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} +0,7 \\ -5,3 \end{array} \right.$
4.....	$\left\{ \begin{array}{l} 75 \\ 70,5 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} +4,2 \\ -0,3 \end{array} \right.$
5.....	$\left\{ \begin{array}{l} 69,0 \\ 71,0 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} -1,8 \\ +3,2 \end{array} \right.$
6.....	$\left\{ \begin{array}{l} 69,0 \\ 69,0 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} -1,8 \\ -1,8 \end{array} \right.$
7.....	$\left\{ \begin{array}{l} 79,0 \\ 71,5 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} +8,2 \\ +0,7 \end{array} \right.$
8.....	$\left\{ \begin{array}{l} 72,8 \\ 72,8 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} +2,0 \\ +2,0 \end{array} \right.$
9.....	$\left\{ \begin{array}{l} 71,7 \\ 67,3 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} +0,9 \\ -3,5 \end{array} \right.$
10.....	$\left\{ \begin{array}{l} 62,7 \\ 66,0 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} -8,1 \\ -4,8 \end{array} \right.$
Moyenne	$u = 70^{\mu\mu}, 8.$	

Écart maximum d'une des mesures sur la moyenne :

$$8^{\mu\mu}, 2.$$

Si l'on applique les règles du calcul des erreurs à cet ensemble d'observations, on trouve :

Erreur moyenne individuelle :

$$m = \sqrt{\frac{\sum (\text{résidus})^2}{20 - 1}} = 3^{\mu\mu}, 7;$$

erreur probable :

$$r = \frac{2}{3} m = 2^{\mu\mu}, 5.$$

Si l'on observe d'autre part que quatorze des résidus

sont inférieurs à l'erreur probable, tandis que six seulement lui sont supérieurs, et qu'il faut sans doute attribuer ce résultat à la présence de quelques erreurs particulièrement importantes, on en conclura que u , qui est à coup sûr connu à moins de $\frac{1}{100}$ de micron l'est presque certainement à quelques millimicrons près.

On trouvera plus loin ⁽¹⁾ des indications sur les erreurs systématiques dont ces mesures peuvent être entachées.

(¹) Note I, équation (11).

CHAPITRE V.

CONDITIONS DE FONCTIONNEMENT ET ÉLÉMENTS DU CALCUL
D'UN OSCILLOGRAPHE INTERFÉRENTIEL.

1. Arc au mercure et séparation des raies.

J'étudierai d'abord la question de l'éclairage des miroirs interférentiels.

Je me suis adressé, pour la production de la lumière monochromatique, à la plus puissante source lumineuse à spectre discontinu qu'on connaisse actuellement : la lampe à vapeur de mercure en quartz.

Dans les types les plus courants, l'énergie rayonnée est maxima autour de la direction verticale, ainsi que cela résulte de la courbe ci-dessous (*fig. 26*). Un prisme à réflexion totale et à faces lenticulaires m'a servi à redresser et à diriger horizontalement le flux lumineux.

Le brûleur dont j'ai fait usage, destiné à être utilisé sur un réseau de 110 à 120 volts avec rhéostat, consomme 4 ampères sous 80 volts.

L'arc au mercure a donné lieu à d'importants travaux, notamment de la part de MM. Fabry et Perot ⁽¹⁾ et Daniel Berthelot ⁽²⁾.

« Le spectre revêt des aspects différents suivant la pression qui règne dans l'intérieur du tube. Pour de faibles pressions, telles que celles qui existent dans les lampes Cooper-Hewitt en verre, il comprend un certain nombre de raies généralement fines. Quand la pression augmente, ces raies s'élargissent et, en même temps, on voit apparaître

⁽¹⁾ FABRY et PEROT, *Journal de Physique*, 1900.

⁽²⁾ Daniel BERTHELOT, *Bulletin de la Société internationale des Electriciens*, juin 1912, p. 359 et sq.

un spectre continu très marqué, sur lequel se détache le spectre de raies. Ce spectre continu existe même dans les régions où il n'y a pas de raies, et paraît se prolonger jusque dans l'extrême ultraviolet. Quand la lampe vieillit, le spectre continu disparaît ⁽¹⁾. »

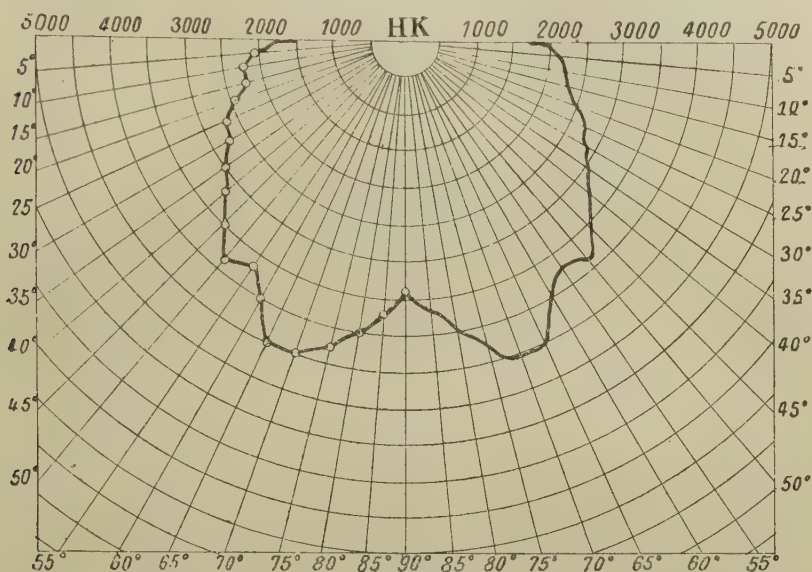


Fig. 26. — Courbe de la répartition lumineuse verticale d'une lampe à mercure en quartz ($3^{\circ},4 \times 220^{\circ}$), d'après Berthier.

Les raies ou groupes de raies les plus brillantes dans le spectre visible et dans l'ultraviolet sont :

1°	Dans le jaune	$\left\{ \begin{array}{l} 0,5791 \\ 0,5795 \end{array} \right.$
2°	Dans le vert	0,5461
3°	Dans le violet	0,4358
4°	Dans le voisinage de l'extrême violet visible.	0,4046
5°	} Dans l'ultraviolet	0,3663
6°		0,3130
7°		0,2654
8°		0,2536

(1). D. BERTHELOT, *loc. cit.*, p. 375.

La présence d'un important spectre ultraviolet à longueurs d'onde plus courtes que l'ultraviolet solaire (qui ne descend guère au-dessous de $\mu, 3$) impose des précautions dans le maniement des lampes en quartz, notamment la protection des yeux, pendant les réglages à feu nu, au moyen de verres colorés (¹).

L'emploi de l'arc au mercure à la production des franges d'interférence exige l'élimination de toutes les raies inutilisées.

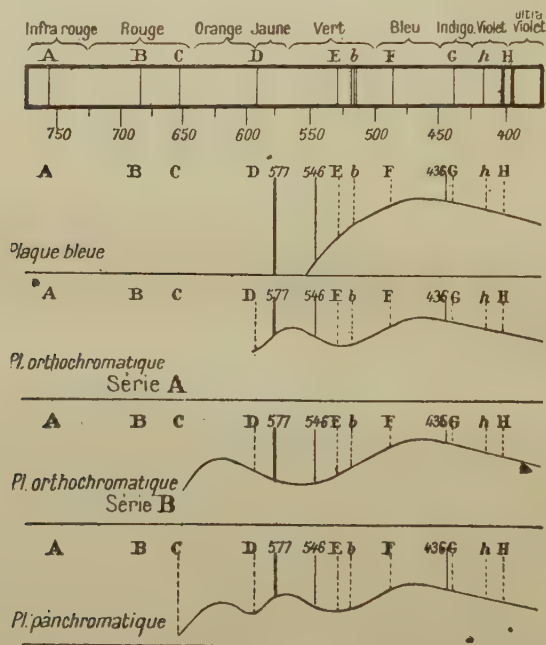


Fig. 27. — Courbes de sensibilité des émulsions photographiques Lumière en fonction de la longueur d'onde.

Le violet s'impose toutes les fois qu'on a recours à la photographie instantanée.

L'isolement de la raie $\mu, 436$ peut se faire par l'inter-

(¹) Verres spéciaux ou simplement verres Fieuzal foncés (n° 3).

position, sur le trajet du faisceau lumineux, de deux cuves, l'une contenant du bleu céleste, l'autre une dissolution de sulfate de quinine dans l'acide sulfurique.

Mais ce procédé a l'inconvénient d'absorber une notable portion de la lumière incidente, ce qui le rend inutilisable pour l'enregistrement des vibrations rapides, et j'ai eu recours à un deuxième procédé, mettant en jeu l'inégale sensibilité des plaques photographiques aux diverses radiations du spectre.

La figure 27 reproduit, d'après MM. Lumière ⁽¹⁾, les courbes de sensibilité des diverses émulsions qu'ils fabriquent en fonction de la longueur d'onde.

On voit que, pour des émulsions non orthochromatisées, les raies jaunes et vertes sont presque inactiniques. Un temps de pose court les élimine *ipso facto*. Les radiations ultraviolettes sont, d'autre part, absorbées par le verre des systèmes optiques. Quant à la raie σ^H , 4046, dont mes premières photographies portent la trace, et qu'on peut identifier par les décompositions et recompositions des franges, (11 franges environ entre deux coïncidences) un écran à l'esculine a suffi pour l'arrêter.

2. — Calcul des systèmes optiques.

Si l'on dessine le faisceau lumineux issu d'une lentille éclairée par une source, on observe, à moins que le faisceau ne diverge dès sa sortie de la lentille, qu'il se produit un étranglement très net dans le plan de l'image de la source. C'est cette remarque qui va me permettre d'établir les bases rationnelles du calcul du système d'éclairage. La première lentille B, placée près de l'arc à mercure, de façon à capter le plus de lumière possible, en donne une première image. La lame mince ne peut pas être trop

(1) *Agenda Lumière*, 1911, p. 217.

rapprochée de la lampe à cause des mouvements parasites que prendraient les parois de celle-ci sous l'influence de la chaleur développée par l'arc au mercure. Une deuxième lentille D, servant en quelque sorte à conduire le faisceau jusqu'aux miroirs, donne sur ceux-ci l'image définitive de la source.

En amenant ainsi le flux lumineux sur les miroirs, au moyen de pinceaux coniques ayant pour base la dernière lentille du système, j'abandonne nettement l'éclairage en lumière parallèle, qui conduirait à une illumination insuffisante des surfaces interférentielles. J'indiquerai, plus tard, dans quelle mesure la convergence de la lumière incidente peut nuire à la netteté des franges. Quant aux discordances de phases que peuvent présenter entre eux, à leur sommet, les divers pinceaux éclairants, elles n'ont aucun inconvénient, les franges étant localisées dans la lame mince et l'état d'interférence en un point ne dépendant nullement de la phase résultante des vibrations parvenant en ce point, mais seulement de l'incidence et de la distance des surfaces interférentielles.

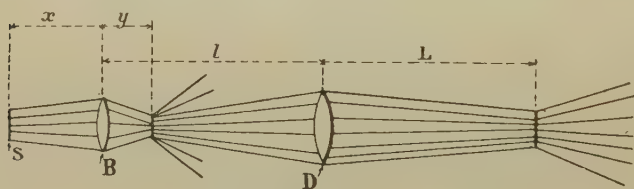


Fig. 28.

Le calcul du système optique (*fig. 23 et 28*) n'offre pas de difficultés et s'établit de la manière suivante :

Soient l la distance entre les objectifs B et D de distances focales respectivement égales à f et F , L la distance de l'objectif D aux miroirs, D le diamètre commun des objectifs D et G, M leur écartement, g le rapport de similitude entre l'image de la source formée sur les miroirs et la source elle-même, x et y les distances de

l'objectif B à la source S et à son image par rapport à celui-ci.

Le grossissement g est déterminé par la condition de couvrir la partie utile des miroirs par l'image lumineuse. Des relations immédiates :

$$\begin{aligned}x &= \frac{yf}{y-f}, \\l-y &= \frac{LF}{L-F}, \\g &= \frac{y}{x} \frac{L}{l-y},\end{aligned}$$

je déduis les formules cherchées en éliminant respectivement x et y , puis l et y entre ces trois équations :

$$\begin{aligned}(1) \quad & fF(g-1) + lF + LF + fL - Ll = 0, \\(2) \quad & Fgx - fL - fF(g-1) = 0.\end{aligned}$$

On transforme aisément ces équations suivant les besoins du calcul. En particulier l'élimination de F entre elles conduit à la relation

$$(3) \quad x(l-f) - f\left(\frac{L}{g} + l\right) = 0,$$

qui me servira ultérieurement.

La mise au point se fait en modifiant la position de l'objectif D.

Calculs numériques. — Pour

$$\begin{aligned}F &= 19^{\text{cm}}, & D &= 2^{\text{cm}}, 7, & M &= 3^{\text{cm}}, 6, \\f &= 4^{\text{cm}}, 5, & g &= 1, 2, & L &= 67^{\text{cm}},\end{aligned}$$

on trouve

$$\begin{aligned}l &= \frac{1}{L-F} [L(F+f) + Ff(g-1)] = 33^{\text{cm}}, \\x &= \frac{f}{Fg} [L + F(g-1)] = 14^{\text{cm}}.\end{aligned}$$

L'incidence α et le demi-angle au sommet des cônes de

lumière ont pour valeur :

$$\alpha = \frac{1}{2} \frac{M}{L} = 0,027 \text{ radians,}$$

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \frac{D}{L} = 0,020 \quad »$$

Le système optique de réception du faisceau interférent ne présente aucune particularité de calcul. Le diamètre de la surface utile de l'objectif G (*fig.* 23) doit être pris au moins égal à celui de l'objectif D, de manière à ce que toute la lumière réfléchiée par les miroirs soit reçue par cette lentille. Soient l' la distance entre les lentilles G et H, F' et f' leurs distances focales, x' la distance de l'image à l'objectif H et G le grossissement donné par l'ensemble du système optique. Les formules données précédemment s'appliquent ici en remplaçant x , l et g par x' , l' et $\frac{1}{G}$. Il vient :

$$(4) \quad f' F' \left(\frac{1}{G} - 1 \right) + l' F' + L F' + f' L - L l' = 0,$$

$$(5) \quad \frac{F' x'}{G} - f' L - f' F' \left(\frac{1}{G} - 1 \right) = 0.$$

On devra s'assurer par une épure que toute la lumière qui traverse l'objectif G traverse aussi l'objectif H.

Calculs numériques. — Pour

$$F' = 15 \text{ cm}, \quad f' = 3 \text{ cm}, \quad L = 67 \text{ cm}, \quad G = 3 \text{ environ,}$$

on trouve :

$$l' = \frac{1}{L - F'} \left[L(F' + f') + F' f' \left(\frac{1}{G} - 1 \right) \right] = 22 \text{ cm}, 5,$$

$$x' = \frac{f' G}{F'} \left[L + F' \left(\frac{1}{G} - 1 \right) \right] = 34 \text{ m},$$

3. — Diaphragme et pouvoir actinique.

Seule la lumière strictement indispensable doit être admise dans l'appareil sous peine de réflexions sur les

parois et de voile des émulsions sensibles. D'autre part, le diaphragme d'entrée ne doit arrêter aucune fraction du flux lumineux utile. La position et la grandeur de ce diaphragme se trouvent définies par les caractéristiques du système optique d'éclairage : on devra matérialiser la pupille d'entrée (image de la dernière lentille D par rapport à la première B). Dans ces conditions, tout rayon traversant le diaphragme traverse aussi D et tout rayon arrêté par lui n'eût pas rencontré D.

Dans le cas actuel, si d désigne le diamètre de la pupille et z sa distance à l'objectif B, on a :

$$z = \frac{lf}{l-f} = 5^{\text{cm}}, 2, \quad d = D \frac{z}{l} = 0^{\text{cm}}, 13.$$

La considération de la pupille d'entrée permet d'étudier comment varie l'illumination des miroirs lorsque les conditions expérimentales se modifient et de caractériser approximativement celles-ci d'une façon simple.

Le flux lumineux Ω qui traverse la pupille peut être, en première approximation, supposé proportionnel à la surface de la pupille, à la surface rayonnante utile S de la source et inversement proportionnelle au carré de la distance entre la pupille et la source

$$\Omega = KS \frac{d^2}{(x-z)^2} = KS \frac{\left(\frac{Df}{l-f}\right)^2}{\left(x - \frac{lf}{l-f}\right)^2} = KS \left[\frac{Df}{x(l-f) - lf} \right]^2.$$

D'où, en tenant compte de (3),

$$\Omega = KS \left[\frac{Df}{f \frac{L}{g} + l - \frac{g}{l-f} (l-f) - lf} \right]^2 = KS g^2 \frac{D^2}{L^2}.$$

La surface de l'image lumineuse est $g^2 S$. L'énergie lumineuse rayonnée par la source sur l'unité de surface

de la lame, énergie qui définit son éclairement, est donc, au facteur K près spécifique de la source :

$$(6) \quad W = \frac{D^2}{L^2}.$$

Ce coefficient n'est autre que le carré de l'angle au sommet des pinceaux éclairants, issus de l'objectif D et tombant sur les surfaces interférentielles.

Le pouvoir actinique de l'image projetée sur l'émulsion photographique est évidemment proportionnel, toutes choses égales d'ailleurs, à l'éclairement des surfaces interférentielles et en raison inverse du carré des dimensions linéaires de celles-ci. Il peut donc être mesuré par le coefficient

$$(7) \quad A = \frac{W}{G^2} = \frac{D^2}{G^2 L^2}.$$

Les formules (6) et (7) caractérisent, d'une façon simple et sous réserve des approximations faites, les particularités de chaque expérience, au moyen des coefficients W et A , qui définissent l'utilisation de lumière rayonnée par la source et le pouvoir actinique de l'image.

Si, ayant déterminé ces coefficients, on mesure le temps de pose minimum $\theta_{\min.}$ au-dessous duquel l'impression photochimique des films devient insuffisante, on peut calculer un rapport :

$$(8) \quad \tau = \frac{\theta}{A},$$

qui est à peu près un invariant des systèmes optiques.

Calculs numériques. — On trouve, avec une lampe à vapeur de mercure en quartz ($4^A \times 80^V$) légèrement poussée, le procédé de séparation des raies décrit plus haut, des surfaces interférentielles convenablement argentées et des pellicules Lumière Σ

$$\theta_{\min.} = 0^s,0002,$$

avec

$$W = \frac{\frac{2,7}{67}}{2} = 1,6 \cdot 10^{-3},$$

$$A = \frac{1,6 \cdot 10^{-3}}{9} = 1,8 \cdot 10^{-4},$$

d'où

$$\tau = \frac{\theta_{\min.}}{A} = 1,1.$$

4. — Franges de lames minces en lumière non parallèle.

Il semble, au premier abord, possible de réaliser une illumination intense des miroirs, en disposant des éléments optiques du système d'éclairage de manière à donner à W des valeurs élevées.

En fait, on est rapidement limité dans cette voie, car plus l'angle $\frac{D}{L}$ de convergence des pinceaux lumineux est grand, moins bien est définie, en un point, l'incidence de la lumière. On superpose une série de systèmes de franges correspondant à des incidences de plus en plus variables : les maxima et les minima s'étalent, leur différence de luminosité diminue et les pointés, sur un maximum lumineux, deviennent de plus en plus incertains. Soit e l'épaisseur de la lame mince; désignons, suivant les notations employées plus haut, par α l'incidence axiale du pinceau et par $\pm \varepsilon$ les écarts d'incidence entre les rayons marginaux et le rayon central. Un raisonnement sommaire ⁽¹⁾ conduirait à assigner la limite inférieure sui-

(1) L'état d'interférence en un point est défini par une fonction plus ou moins complexe de la différence de marche Δ entre les divers chemins optiques créés par la lame mince :

$$(a) \quad \Delta = 2e \cos \alpha + \delta \quad (\delta = \text{const.});$$

une incertitude $\pm \varepsilon$ sur α entraîne sur Δ une incertitude :

$$(b) \quad d\Delta = \pm 2e \sin \alpha.$$

L'observation des franges conduit à conclure e de Δ au moyen de

vante à l'incertitude η qu'entraîne, sur les mesures de l'épaisseur e , la présence simultanée de ces divers systèmes de franges.

$$\eta = e \varepsilon \tan \alpha.$$

On voit qu'il y a intérêt à opérer sous des incidences normales et avec des épaisseurs d'air aussi petites que possible.

Aux conditions expérimentales définies plus haut

$$\alpha = 0,027, \quad \varepsilon = 0,020,$$

correspondrait, pour une distance moyenne des miroirs $e = 50^\mu$, une incertitude :

$$\eta \geq 0,020 \times 0,027 \times 50 = 0^\mu,027,$$

sur les mesures de cette épaisseur.

Ce calcul, pour simple qu'il soit, ne doit cependant pas être accepté sans réserves, et il semble bien, en effet, d'après une série d'observations que j'ai faites sur des franges de lames argentées, qu'il conduit à des conclusions pessimistes.

Sans doute il y a bien production simultanée d'une série de systèmes de franges, mais aussi superposition de ceux-ci créant, en chaque point, une intensité lumineuse parfaitement déterminée, fonction seulement de l'épaisseur

l'équation (a). Une incertitude $d\Delta$ sur Δ entraîne sur e une incertitude correspondante :

$$(c) \quad d\Delta = 2 \cos \alpha \, de,$$

d'où en éliminant $d\Delta$ entre (b) et (c) :

$$(d) \quad de = \pm e \varepsilon \tan \alpha.$$

Dans le cas particulier où $\alpha = 0$, on trouverait, en tenant compte des termes du second ordre :

$$de = \frac{-1}{2} e \varepsilon^2.$$

de la lame et des éléments de définition des pinceaux éclairants.

J'ai entrepris l'étude complète de la question en intégrant, en chaque point, à l'intérieur de ces pinceaux, les intensités lumineuses fournies par les diverses incidences. On trouvera plus loin ⁽¹⁾ le développement du calcul dont je n'indiquerai ici que les résultats. On peut admettre, en première approximation, que la netteté d'un système de franges dépend de la variation plus ou moins rapide de l'intensité lumineuse au voisinage d'un maximum ou d'un minimum, c'est-à-dire de la dérivée seconde de cette intensité.

L'influence du non-parallélisme de la lumière incidente sur la netteté pourra donc être mise en évidence en calculant l'inverse K du rapport des dérivées secondes :

1° Au voisinage d'un maximum lumineux en lumière parallèle sous l'incidence moyenne des pinceaux éclairants;

2° Au voisinage d'un maximum lumineux en lumière non parallèle (ce maximum est légèrement déplacé par rapport au premier).

On trouve pour $\alpha > \varepsilon$, tant que K est voisin de l'unité et, au moins avec des surfaces interférentielles en verre,

$$K = 1 - 2\pi^2\varepsilon^2 \frac{e^2}{\lambda^2} \sin^2\alpha.$$

Cette expression caractérise, avec le plus d'exactitude, l'influence du non-parallélisme de la lumière incidente.

On pourra donc, sans nuire à la netteté du système de franges, utiliser une source lumineuse étendue et une lumière nettement convergente — conditions d'ailleurs indispensables à l'éclairage intense que nécessite un

(1) Note II.

enregistrement photographique — aussi longtemps que

$$2\pi^2\varepsilon^2\frac{e^2}{\lambda^2}\sin^2\alpha$$

restera négligeable devant l'unité.

Les conditions expérimentales indiquées plus haut assignent au coefficient K la valeur

$$K = 1 - 0,08 = 0,92 \quad (\text{pour } \lambda = 0,436),$$

qui est satisfaisante.

5. — Franges de lames argentées.

Le faible pouvoir réflecteur du verre et la forme sinusoïdale de l'intensité lumineuse des franges ne permettraient pas, avec des surfaces interférentielles de cette nature, d'aborder, d'une part, l'enregistrement photographique des vibrations rapides et, d'autre part, de déterminer avec assez de précision la position d'un maximum d'intensité pour procéder à des mesures intéressantes.

Il est indispensable de recouvrir les surfaces interférentielles d'un dépôt métallique dont les propriétés ont été mises en évidence, dans ces dernières années, par MM. Fabry, Perot et Hamy, les premiers ⁽¹⁾ pour les franges par transmission, le troisième ⁽²⁾ pour les franges par réflexion. Le miroir mobile F est argenté à fond, tandis que le miroir fixe de référence E n'est recouvert que d'une semi-argenteure légère. Dans ces conditions, les réflexions multiples de la lumière à l'intérieur de la lame mince ⁽³⁾ produisent,

(1) FABRY ET PEROT, *Sur les franges de lames minces argentées et leur application à la mesure des petites épaisseurs d'air* (*Ann. de Chim. et de Phys.*, 7^e série, t. XIII, décembre 1897).

(2) HAMY, *Sur les propriétés des franges de réflexion des lames argentées* (*Journ. de Phys.*, 1906, p. 789).

(3) Mises en évidence dès 1830 par Airy (*Trans. of the Cambr. Phil. Soc.*, t. IV, p. 419).

en général, une condensation de lumière autour des maxima, une condensation d'ombre autour des minima, en même temps qu'une asymétrie dans la distribution des intensités rapprochant un minimum lumineux du maximum précédent.

Le brusque passage d'un maximum à un minimum permet d'excellents pointés sur l'arête lumineuse ainsi formée.

On trouvera plus loin la théorie du phénomène d'après Hamy et des indications sur les procédés d'argentine ⁽¹⁾.

Une série de pointés effectués avec le microscope à oculaire micrométrique décrit plus haut m'ont permis de fixer la précision avec laquelle mes photographies permettent de repérer la position d'un maximum lumineux.

Lectures au micromètre.	Résidus	
	en valeur absolue.	rapportés à l'épaisseur d'une frange.
4,98	+0,06	+0,018
4,94	+0,02	+0,006
4,88	—0,04	—0,012
4,93	+0,01	+0,003
4,86	—0,06	—0,018
4,88	—0,04	—0,012
4,92	0,00	0,000
4,94	+0,02	+0,006
4,92	0,00	0,000
4,92	0,00	0,000
Moyenne.... 4,92		

Distance de deux maxima consécutifs ... 3,31

La valeur absolue des résidus n'offre pas d'intérêt, mais seulement le rapport de ceux-ci à l'épaisseur d'une frange. La plus forte erreur individuelle ne dépasse pas

$$\frac{0,06}{3,31} = 0,018,$$

(1) Note III.

soit 2 pour 100 de la largeur d'une frange. Mais la précision avec laquelle la moyenne fait connaître la position du point observé (par rapport au point correspondant de la frange suivante) est bien supérieure.

L'erreur moyenne relative de ces observations est

$$m = \sqrt{\frac{\Sigma(\text{résidus})^2}{10 - 1}} = 0,01,$$

l'erreur probable relative

$$r = \frac{2}{3} m = 0,0067,$$

l'erreur probable de la moyenne est seulement

$$\frac{0,0067}{\sqrt{10}} = 0,002.$$

Il est vrai que nombre d'expérimentateurs sont portés à tenir pour douteuses les applications du calcul des probabilités à leurs observations. Je ne puis néanmoins me refuser à leur attribuer au moins un caractère indicatif relativement à l'exactitude du résultat auquel conduisent ces mesures supposées débarrassées de toute erreur systématique (*), surtout si l'on constate que la répartition des erreurs autour de l'erreur probable individuelle est bien celle que prévoit le calcul. C'est le cas actuel, puisque sur dix observations, six des erreurs sont inférieures à 0,0067 et quatre lui sont supérieures,

$$\begin{aligned} 0,006 - 0,003 - 0 - 0,006 - 0 - 0, \\ 0,018 - 0,012 - 0,018 - 0,012, \end{aligned}$$

L'examen des franges sur une image photographique au lieu d'une observation directe et la nécessité de disposer de l'éclairage ainsi que de la semi-argenture de manière à

(*) Voir à ce sujet FAYE, *Astronomie nautique*, p. 278. Paris, 1880.

obtenir un phénomène aussi brillant que possible sont des conditions défavorables à la précision des pointés. Celle-ci, caractérisée par une erreur moyenne de 0,01 de la largeur d'une frange, est cependant satisfaisante ⁽¹⁾.

6. — Dispositifs d'enregistrement.

L'obturateur de plaque, bien connu de tous ceux qui s'occupent de photographie instantanée à grande vitesse, se prête à l'enregistrement du mouvement des franges. L'exposition progressive de la plaque qui se trouve décomposée par la fente du rideau en bandes impressionnées à des instants différents permet, dans les circonstances particulières du problème, et, au moins dans le cas de franges sensiblement rectilignes, de réduire le dispositif oscillographique à ce seul instrument ⁽²⁾.

Le cylindre tournant ⁽³⁾, bien que sa construction soit assez délicate, conduit cependant à des résultats supérieurs. J'ai indiqué plus haut le principe de son fonctionnement. Si l'on admet, en effet, l'image sur la pellicule au moyen d'une fente étroite normale aux franges et si l'inertie du cylindre est suffisante pour lui assurer une vitesse constante pendant l'enregistrement, les ordonnées de la courbe photographiée et ses abscisses seront, en toute rigueur, les premières proportionnelles au déplacement orthogonal d'un point défini d'une frange et les secondes proportionnelles au temps. Chaque oscillo-

⁽¹⁾ Si l'on se place dans les conditions optima d'observation et si l'on effectue les pointés au moyen d'un oculaire micrométrique dont les fils de réticule sont constitués par deux brins de cocon parallèles et rapprochés de façon à encadrer un minimum lumineux entre eux, on peut atteindre le millième de frange (M. Sagnac).

⁽²⁾ Note IV.

⁽³⁾ Un miroir tournant fournirait une solution équivalente, mais d'une réalisation qui serait ici beaucoup plus difficile. Le procédé a été utilisé par Holowsky pour l'étude de certains mouvements du cœur au moyen d'anneaux de Newton.

gramme se suffit à lui-même, pourvu toutefois que la fente soit assez longue pour permettre l'enregistrement du mouvement de deux franges consécutives. On peut, en effet, mesurer simultanément φ et V et ceci montre qu'une légère obliquité des franges par rapport à la fente n'altère pas le résultat des mesures, puisqu'elle laisse constant le rapport $\frac{\varphi}{V}$.

J'ai indiqué les procédés qui permettent la mesure de φ et de V ⁽¹⁾. On devra seulement observer que le mouvement hélicoïdal du cylindre incline l'un sur l'autre les axes de coordonnées. La trace d'un des bords de la fente donnera la direction de l'axe des temps. Une droite joignant deux points correspondants des oscillogrammes produits par deux franges consécutives fournira celle de l'axe des déplacements.

La longueur axiale du cylindre limite seule la durée de l'enregistrement.

Les lèvres MN de la fente, éclairées par l'image lumineuse, étant placées tout près de l'émulsion sensible, au

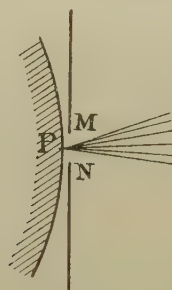


Fig. 29.

voisinage du sommet des pinces lumineux convergeant sur elle, donnent sur le cylindre une ombre portée très nette limitée par une ligne presque géométrique. Le temps

(¹) Chapitre IV, p. 60 et suiv.

de pose θ , temps pendant lequel un point impressionné P se déplace à l'intérieur d'une des bandes lumineuses dessinées par les franges, est très sensiblement égal au quotient de la largeur ϵ de la fente par la vitesse circonférentielle a du cylindre

$$\theta = \frac{\epsilon}{a}.$$

Le rendement optique de ce système d'obturation est, au même ordre d'approximation, égal à l'unité.

Je ferai toutefois remarquer que, par suite du mouvement propre de l'image lumineuse, la durée de l'impression photochimique n'est pas seulement fonction de l'intervalle de temps θ , mais aussi du déplacement de cette image pendant la durée de l'exposition.

La réalisation de cet appareil offre quelques difficultés relativement à la liaison entre l'arbre moteur et l'arbre conduit, liaison qui doit permettre un mouvement longitudinal du second. Toute inégalité périodique dans la vitesse de rotation, soit du cylindre soit du moteur, amorce dans cette liaison lâche des balancements et des heurts que l'on combat :

- 1° En équilibrant parfaitement le cylindre ;
- 2° En munissant le moteur d'un volant lui-même très bien équilibré ;
- 3° En donnant au système d'entraînement une forme symétrique par rapport à l'axe de rotation. Une asymétrie, en effet, tendrait à gauchir les pièces tournantes, à donner à leur centre de gravité un mouvement périodique de montée et de descente, donc à créer corrélativement des inégalités périodiques de la vitesse de rotation.

L'appareil a été réalisé de la façon suivante (*Pl. I*) :

Un moteur shunt R de $\frac{1}{4}$ de cheval entraîne un volant P dont le moment d'inertie est $3,24 \cdot 10^5$ C.G.S. et un arbre creux N. Ce dernier porte deux réglettes à 180° le long

desquelles peut coulisser une couronne rainurée, solidaire de l'arbre du cylindre. Un tachymètre T indique la vitesse de rotation du moteur.

Le cylindre K pèse 6^{kg} environ (arbre compris). Son diamètre est 15^{cm} , sa longueur 20^{cm} et son moment d'inertie $1,77.10^5$ C.G.S. On peut le garnir d'une pellicule de 12^{cm} de largeur et de 49^{cm} de longueur. Il est placé dans une boîte étanche à la lumière, munie d'un obturateur I et d'une fente J de largeur réglable dont la longueur est de 1^{cm} . Les parois latérales de cette boîte portent les coussinets qui supportent l'arbre conduit. Celui-ci, par l'une de ses extrémités, s'engage dans l'arbre creux, muni du dispositif d'entraînement décrit plus haut. Sur l'autre extrémité s'exerce, par le moyen d'une manette S montée sur billes, l'effort de traction qui détermine le mouvement de translation et qui est produit, soit par un ressort convenablement tendu, soit, tout simplement, par l'opérateur. Le couple de frottement du cylindre dans ses paliers peut être évalué (par la méthode du lancé) à $1,2.10^6$ C.G.S. ⁽¹⁾ et l'effort de traction sur le cylindre, en mouvement uniforme, à 2.10^6 dynes. Voici d'ailleurs un relevé qui donne un aperçu des conditions de fonctionnement de l'appareil.

Moteur.

Tension d'alimentation.....	114 volts
Tension à l'induit.....	37 volts
Intensité.....	1,15 ampères
Vitesse.....	400 t : m

Cylindre.

Vitesse circonférentielle.....	314^{cm}
Vitesse parallèlement à l'axe.....	50^{cm}
Largeur de la fente.....	$0^{\text{cm}}, 1$
Temps de pose.....	$0^{\text{s}}, 00032$

⁽¹⁾ Comme le diamètre de l'arbre est $1^{\text{cm}}, 5$, ces chiffres conduisent à évaluer ici le coefficient de frottement à $0,27$.

Les figures 24 et 25 reproduisent deux oscillogrammes obtenus dans des conditions assez différentes. Les photographies sur pellicule ont l'avantage d'être à peu près dépourvues de halo, ce qui, dans le cas actuel, est un avantage appréciable.

Le temps de pose θ , dans les conditions expérimentales que j'ai définies avec précision plus haut, a pu être réduit à 0^s,0003 (enregistrement des vibrations vocales de la membrane) et même à 0^s,0002.

7. — Établissement d'un projet d'oscillographe interférentiel.

Trois considérations dominent l'étude d'un projet de galvanomètre interférentiel à enregistrement photographique :

- a. Limites supérieure et inférieure du temps de pose déterminées par les conditions d'emploi;
- b. Netteté du système de franges;
- c. Conditions d'encombrement.

Les conditions d'encombrement sont liées au diamètre D des lentilles D et G. On établira un certain nombre d'avant-projets pour diverses valeurs de celui-ci. De ce diamètre D on déduira l'écartement approximatif M des deux lentilles. Ayant évalué les dimensions des miroirs, on choisira la longueur L par la condition que le coefficient

$$K = 1 - \frac{\pi^2}{8} \frac{e^2}{\lambda^2} \frac{D^2 M^2}{L^4},$$

soit d'autant plus voisin de l'unité qu'on tiendra à obtenir des franges plus nettes et une précision plus élevée dans les pointés.

Ayant fixé D et L, on connaîtra par là même un autre

des coefficients caractéristiques de l'appareil :

$$(6) \quad W = \frac{D^2}{L^2}.$$

De la surface rayonnante utile de la source et de la surface des miroirs on déduira le grossissement g et l'on achèvera le calcul du premier système optique par les formules (1) et (2) en respectant, d'une part, les dimensions d'encombrement et, d'autre part, en choisissant la distance l de manière que la source soit assez éloignée des surfaces interférentielles pour ne pas gêner les observations par son rayonnement calorifique.

Par comparaison avec un appareil type, on connaîtra l'invariant :

$$(8) \quad \tau = \frac{\theta_{\min.}}{A},$$

ce qui permettra, $\theta_{\min.}$ étant une des données de construction, de calculer le coefficient A par la relation

$$A\tau > \theta_{\min.},$$

d'où :

$$G^2 < \frac{\tau}{\theta_{\min.}} W.$$

On procédera alors à l'étude du deuxième système optique au moyen des formules (4) et (5) en respectant les dimensions d'encombrement d'une part, et en s'assurant, d'autre part, qu'il n'y a pas de perte de lumière entre les deux lentilles G et H .

CHAPITRE VI.

RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX.

Tandis que l'amplitude des vibrations de l'air, au voisinage de la membrane téléphonique, semble être de quelques

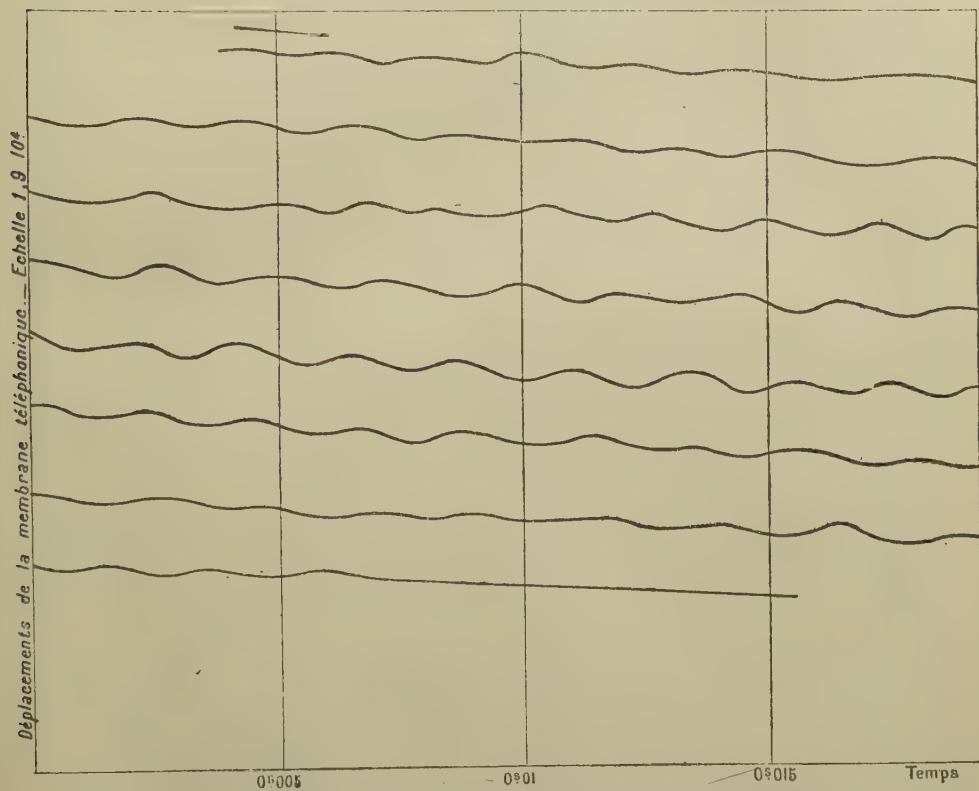


Fig. 30. — Oscillogramme du mot *Allô*. Téléphone de 127^m, miroir de 08^r, 12.

centièmes de millimètres ⁽¹⁾, l'amplitude des oscillations

⁽¹⁾ CAURO, *Recherches sur le microphone*, p. 57, Thèse, Paris, 1898.

de la membrane elle-même, au moins dans les conditions normales d'emploi du téléphone, ne dépasse pas une petite fraction de micron.

La figure 30 reproduit l'oscillogramme du mot *Allô* enregistré au moyen d'un téléphone de réseau ⁽¹⁾ pen-

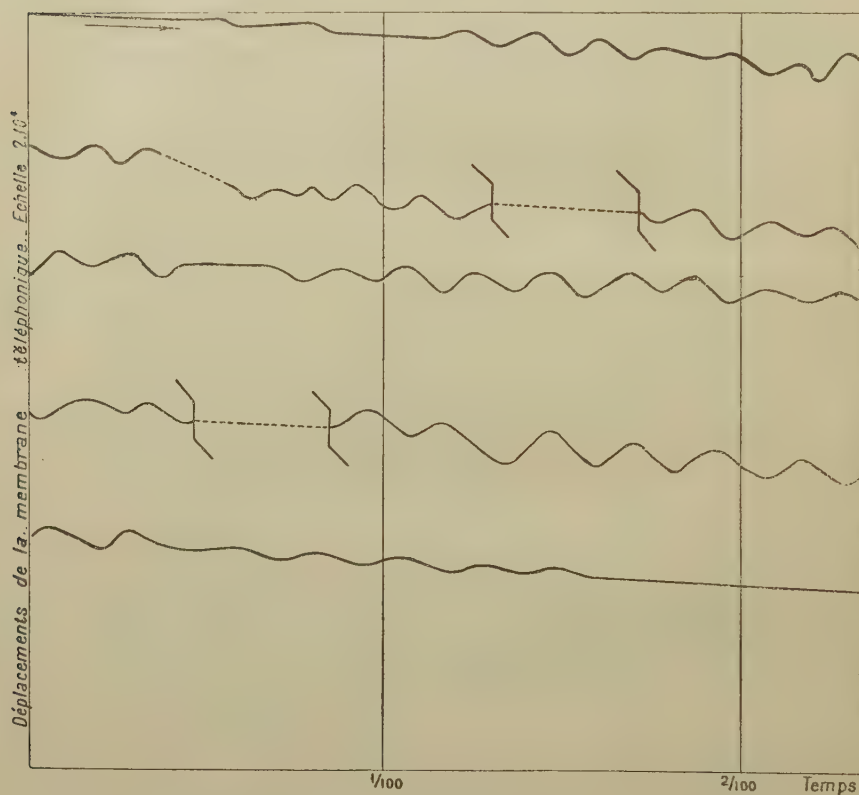


Fig. 31. — Oscillogramme du mot *Allô*. Téléphone de 127^{ω} , miroir de $08^{\circ}, 12$.

dant une durée de $0^{\text{s}}, 14$ avec un temps de pose de $0^{\text{s}}, 00032$. L'amplitude du mouvement vibratoire qui correspond à une intensité acoustique relativement faible

(¹) Récepteur téléphonique de la S. I. T., n° 3. Résistance : 127^{ω} .

ne dépasse guère $0^{\text{u}}, 05$ et sa fréquence situe en moyenne la hauteur fondamentale du son émis dans l'octave comprise entre

$$U_{12} (f = 2^8) \quad \text{et} \quad U_{14} (f = 2^9).$$

La figure 31 se rapporte, dans des conditions analogues, à une transmission plus forte, mais il y a deux lacunes qui correspondent à des vibrations de trop grande amplitude pour avoir pu laisser une trace lisible avec le temps de pose employé ($0^{\text{s}}, 00042$). On observe déjà des amplitudes qui dépassent $0^{\text{u}}, 1$.

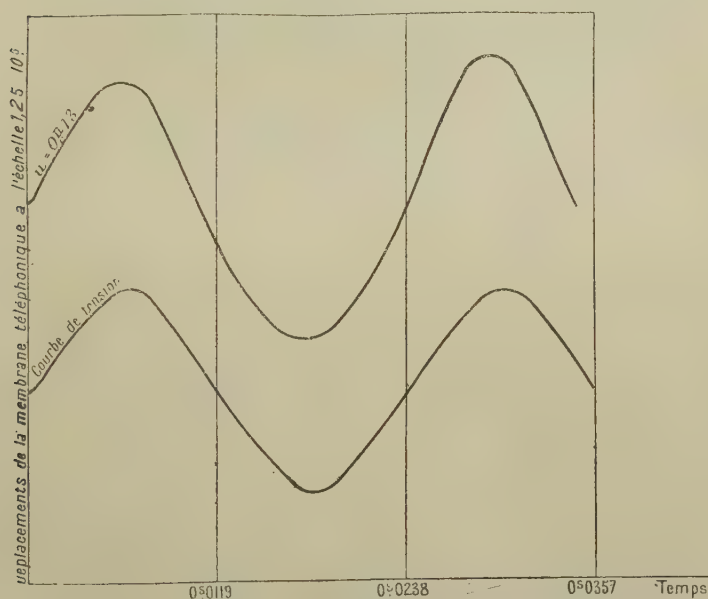


Fig. 32.

L'irrégularité du mouvement est plus apparente et se manifeste par des déplacements de la position moyenne de la membrane téléphonique.

Mais la transmission microphonique est trop irrégulière et toujours trop mal connue pour se prêter à une étude

du mouvement de la membrane téléphonique. J'ai eu recours à l'excitation au moyen du courant alternatif du secteur pour caractériser celles des propriétés de l'écouteur qui lui permettent d'en faire un instrument de mesures relatives.

La figure 32 reproduit la courbe de tension relevée au moyen du *contact tournant* Carpentier, et celle du mouvement correspondant de la membrane (amplitude $0^{\mu}, 13$, épaisseur de la lame d'air interférentielle $\frac{4}{20}$ de millimètre environ ⁽¹⁾, excitation par induction).

Les ordonnées des deux courbes ne sont pas rigoureusement proportionnelles, néanmoins leur allure est assez semblable.

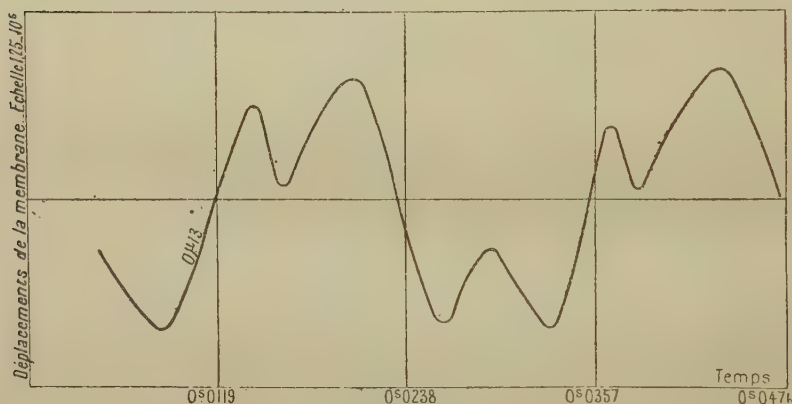


Fig. 33.

La figure 33 reproduit un oscillogramme obtenu avec le montage de la figure 36.

La nouvelle courbe accuse l'existence d'un harmonique

(¹) Cette épaisseur a été mesurée au moyen du spectre cannelé qui présentait une dizaine de cannelures ($p = 10$) entre les raies verte ($\lambda_v = 0^{\mu}, 546$) et jaunes ($\lambda_j = 0^{\mu}, 579$) du mercure,

$$e = \frac{p}{2} \frac{\lambda_j \lambda_v}{\lambda_j - \lambda_v} = 48^{\mu}.$$

d'ordre 3 extrêmement important que la présence de noyaux en fer dans les bobines d'induction utilisées ne suffit peut-être pas à expliquer. Il ne faut pas non plus, en l'occurrence, admettre un choc proprement dit des deux surfaces interférentielles, car les maxima et les minima devraient présenter entre eux des dissymétries que l'on ne constate pas.

La viscosité de l'air joue vraisemblablement un rôle dans le phénomène, soit que celui-ci entre et sorte périodiquement par l'étranglement périphérique qui le met en communication avec l'extérieur, soit, au contraire, que cette viscosité s'oppose à ces échanges, et que la masse d'air emprisonnée ait une période de résonance.

En tout cas, il n'y a pas lieu de se préoccuper outre mesure de cette déformation qui est variable avec les conditions expérimentales (*fig. 34*).

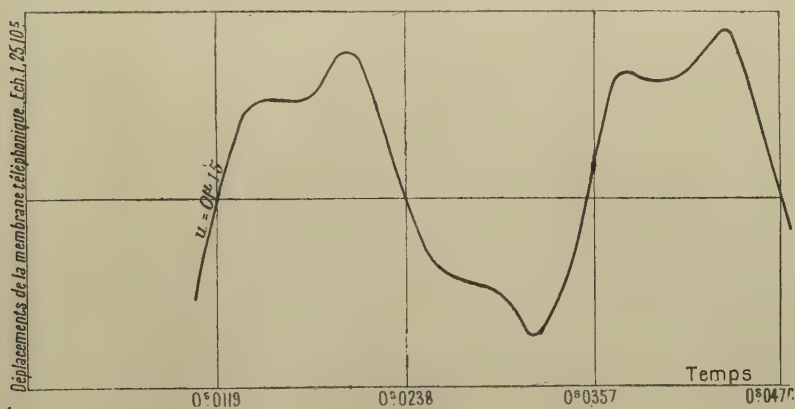


Fig. 34.

D'une part, comme la figure 32 le montre, l'expérimentateur pourra toujours, lorsque aucun phénomène de résonance dû à la période propre de la membrane ne viendra troubler les observations, obtenir des oscillogrammes satisfaisants du courant téléphonique en s'assu-

rant, par modification de l'épaisseur de la lame mince, qu'il ne se trouve pas dans des conditions défavorables et, d'autre part, même avec des courbes assez déformées,

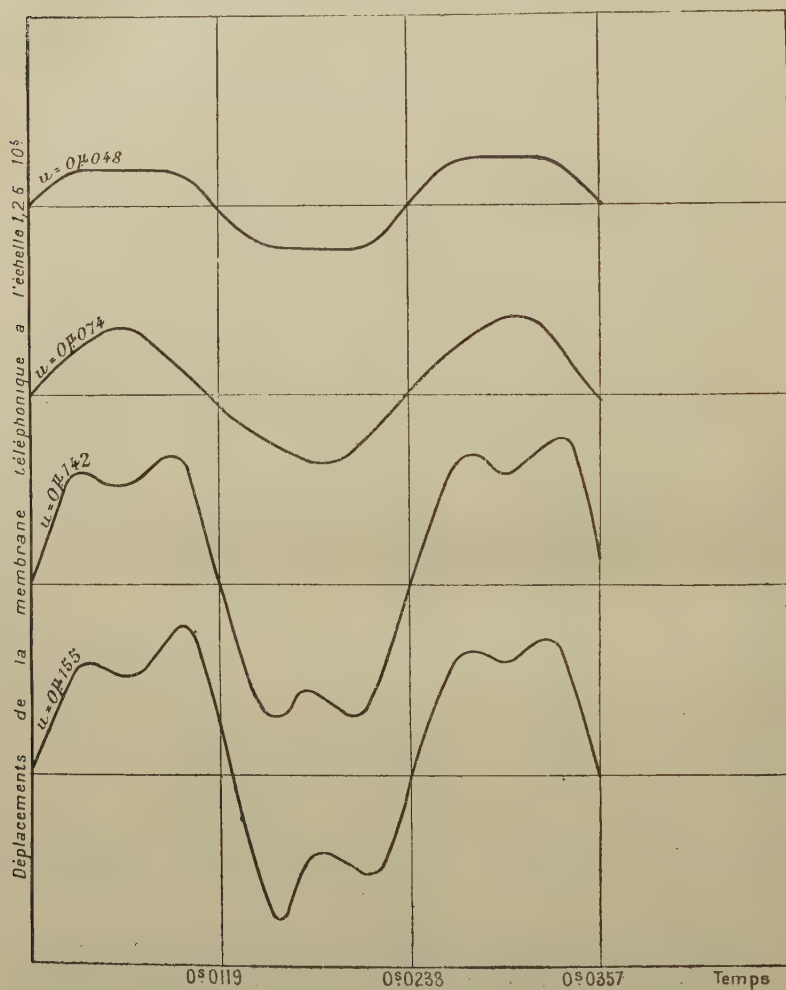


Fig. 35.

il pourra compter sur une bonne proportionnalité des elongations aux courants.

Les courbes de la figure 35 ont précisément été relevées dans un cas semblable et, malgré cela, le rapport des déplacements aux intensités se maintient constant à moins de 7 pour 100 près. Le dispositif expérimental est indiqué par la figure 36.

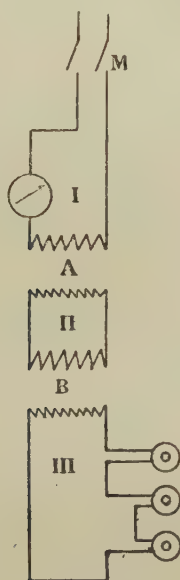


Fig. 36.

Le rapport entre les intensités dans les circuits (I) et (III) peut être évalué à $3,34 \cdot 10^{-5}$. On trouve toutes corrections faites :

*Téléphone de réseau de 127⁰⁰ (S. I. T., récepteur n° 3),
miroir mobile de 0⁶,12.*

i_1 amp	i_3 micro amp.	u microns	$\frac{i_3}{u}$
1,27	42,5	0,048	885
2,10	70	0,074	945
3,52	118	0,142	830
4,05	135	0,155	875
			884

Comme, en général, on peut apprécier avec une certaine exactitude le dixième de frange, cet instrument permet de déceler une vingtaine de microampères efficaces.

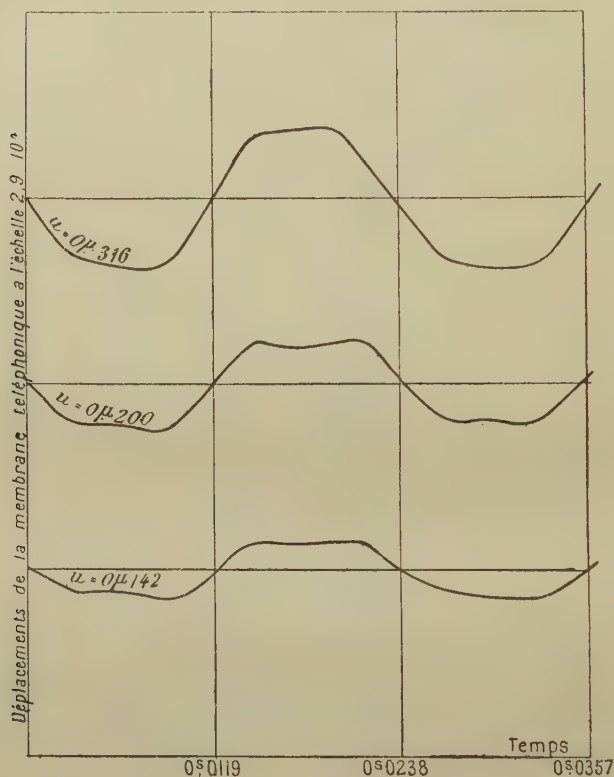


Fig. 37.

Avec un téléphone à haute résistance pour télégraphie sans fil, on obtient naturellement une sensibilité bien meilleure et l'on parvient à déceler moins de 10 microampères. Dans les mêmes conditions expérimentales, *mutatis mutandis*, on trouve en effet :

Téléphone Sullivan de 4240^m.

i_1 .	i_3 .	u .	$\frac{i_3}{u}$.
amp	micro amp	microns	
1,66	29,2	0,142	205
2,49	44	0,200	220
3,70	65	0,316	205
			<u>210</u>

Les oscillogrammes correspondants sont reproduits par la figure 37. Les courbes sont satisfaisantes quant à la forme. La proportionnalité des déplacements aux intensités persiste malgré l'amplitude du dernier mouvement (une frange et demie de part et d'autre de la position moyenne).

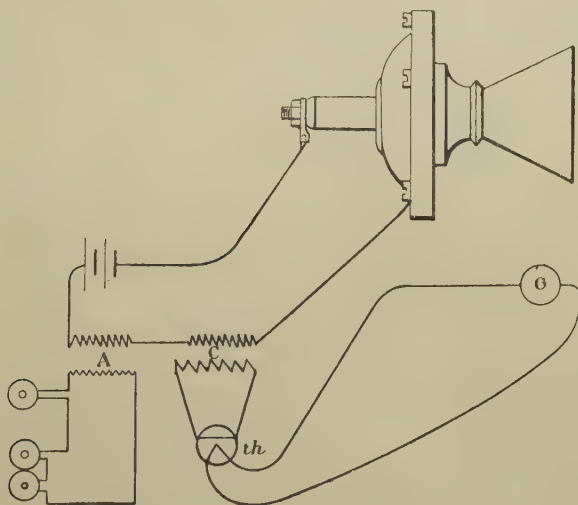


Fig. 38.

Le contrôle de cette proportionnalité peut se faire à diverses fréquences avec le dispositif simple suivant : un diapason entretenu vibre devant un microphone et engendre dans le circuit de ce dernier des courants alternatifs de même fréquence.

Ces courants, recueillis par induction, alimentent, d'une part, le circuit téléphonique et, d'autre part, le circuit d'un thermique (couple thermo-électrique) dont les indications sont proportionnelles au carré du courant.

Par exemple à la fréquence

$$f = 2^7 \quad (ut_2),$$

j'ai obtenu avec enregistrement par obturateur de plaque :

Téléphone Sullivan de 4240^o.

n -Déviation du spot galvanométrique.	$\sqrt{n}$.	u .	$\frac{\sqrt{n}}{u}$.
12 ^{mm}	3,47	0 ^μ ,029	120
47 ^{mm}	6,86	0 ^μ ,061	112

Lorsque l'on remplace le miroir mobile de 0^{gr},12 par un miroir plus léger (0^{gr},01 environ) on améliore encore

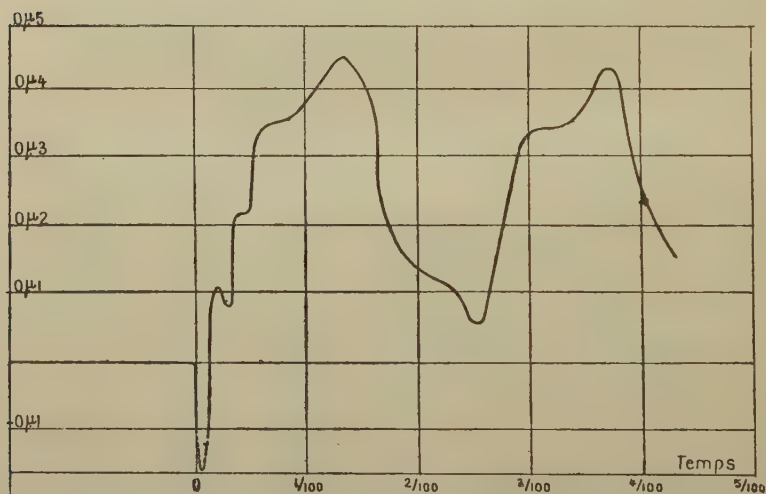


Fig. 39. — Mouvement de la membrane téléphonique au moment de l'établissement du courant ($f = 42 \sim$).

la sensibilité de cet appareil dans le rapport de 1 à 1,5 environ (au moins à 42 $\sim$).

Il y a lieu toutefois, dans l'emploi du téléphone comme enregistreur de courant, de se mettre en garde contre deux causes d'erreur : toute discontinuité dans la courbe du courant téléphonique produit sur la membrane une véritable percussion qui amorce, d'une part, des oscillations propres de celles-ci, et d'autre part, déplace sa position moyenne d'oscillation.

L'oscillogramme (*fig. 39*) de la fermeture de l'interrupteur M ⁽¹⁾ est caractéristique à ce point de vue. En même temps qu'on semble bien pouvoir conclure du mouvement de la membrane à une surintensité au moment de la fermeture, on aperçoit trois oscillations propres, bien nettes et au bout de 0^s,03 ou 0^s,04 il est visible que la position moyenne de la membrane s'est écartée de 0^m,25 environ de sa position d'équilibre primitive, ce qui constitue un *déplacement du zéro* considérable vis-à-vis de l'ampli-

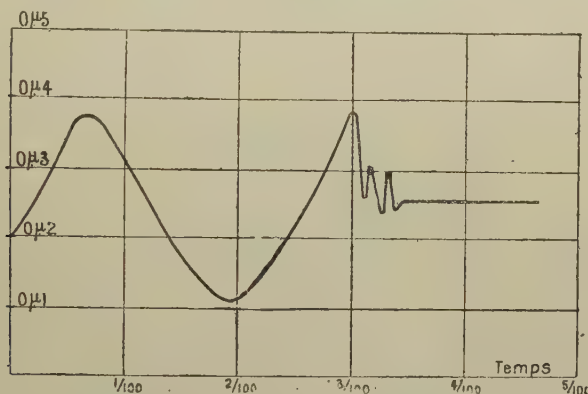


Fig. 40. — Mouvement de la membrane téléphonique au moment de la rupture du courant ($f = 42 \sim$).

tude du mouvement qui, à ce moment, n'est plus que de 0^m,18 et tombera au bout d'un temps suffisant à 0^m,15.

Cette sorte d'indifférence de la position d'équilibre se

(¹) Dispositif expérimental (*fig. 36*).

manifeste perpétuellement. Dans les oscillogrammes de la voix que j'ai reproduits (*fig. 30 et 31*), on aperçoit, à côté des mouvements périodiques, des déplacements irréguliers occasionnés par quelque variation soudaine du courant microphonique.

L'étude des vibrations propres de la membrane peut être commodément faite en oscillographiant la rupture du courant d'excitation (*fig. 40 et 41*).

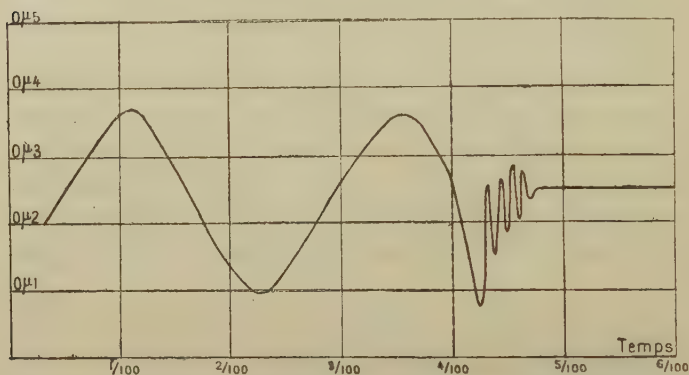


Fig. 41. — Mouvement de la membrane téléphonique au moment de la rupture du courant ($f = 42 \sim$).

La membrane, brusquement abandonnée à elle-même, fait trois à quatre oscillations dont la fréquence, en dehors de la première, peut être évaluée à 800. L'amortissement est plus difficile à chiffrer. Ainsi que pouvaient le faire prévoir les considérations que j'ai développées sur le rôle de la viscosité de l'air à l'intérieur de la lame mince, on voit que, tout en oscillant, la membrane regagne progressivement la position d'équilibre que lui assignait son mouvement antérieur. L'ordre de grandeur du coefficient d'amortissement peut cependant être fixé à 400.

Ces chiffres permettent de déterminer l'allure générale de la courbe de sensibilité du téléphone lorsque la fréquence varie. L'équation du mouvement du centre de la

membrane en fonction du courant est, en effet, de la forme générale.

$$(1) \quad f\left(\frac{d^2x}{dt^2}, \frac{dx}{dt}, x, i \sin \omega t\right) = 0.$$

La position $x = 0$ étant par hypothèse la position d'équilibre pour $i = 0$, on a :

$$(2) \quad f(0, 0, 0, 0) = 0.$$

Comme l'amplitude x est toujours très petite, il en est de même de $\frac{dx}{dt}$ et de $\frac{d^2x}{dt^2}$. En développant le premier membre en série de Mac-Laurin, il vient :

$$f(0) + \frac{\partial f(0)}{\partial x''} \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{\partial f(0)}{\partial x'} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial f(0)}{\partial x} x + \frac{\partial f(0)}{\partial i} i \sin \omega t = 0,$$

ce qui peut s'écrire, en tenant compte de (2),

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2b \frac{dx}{dt} + (b^2 + \varepsilon)x = gi \sin \omega t,$$

dont l'intégrale, les termes transitoires mis à part, est

$$x = \frac{gi \sin(\omega t - \varphi)}{\sqrt{b^4 + 2b^2(\varepsilon + \omega^2) + (\varepsilon - \omega^2)^2}}.$$

L'examen des oscillogrammes (*fig. 40 et 41*) permet, comme je viens de l'indiquer, de fixer l'ordre de grandeur de ε et de b :

$$\sqrt{\varepsilon} = 2\pi \times 800 = 5000,$$

$$b = 400.$$

La courbe de sensibilité de l'appareil est aisée à construire (*fig. 42*). Pour $\omega = 0$, elle a tangente horizontale, passe par son maximum aux environs de la fréquence 800, puis devient asymptote à l'axe des x ⁽¹⁾.

(1) Cf RAYLEIGH, *Philosophical Magazine*, Sept. 1894.

En réalité, les multiples harmoniques de la membrane doivent donner une série de pointes de résonance zig-zagant ⁽¹⁾ la courbe simple fournie par le calcul et leur étude correcte ne pourrait se faire qu'en disposant :

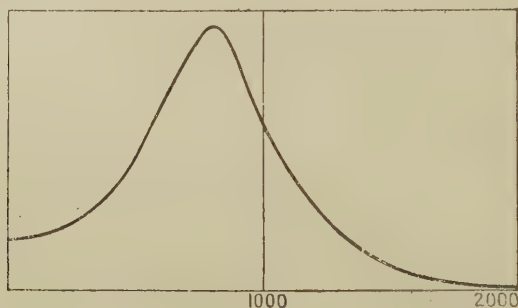


Fig. 42.

a. D'un générateur de courants sinusoïdaux de fréquence variable à marche très régulière ;

b. D'un thermique très sensible ou d'un appareil similaire placé directement dans le circuit téléphonique (à cause des variations de l'impédance de ce circuit avec la fréquence).

Il me reste à dire quelques mots du téléphone à effets sélectifs. Le monotéléphone Abraham de 5650^ω que j'ai étudié, a son équipement vibrant constitué par un fil d'acier à deux brins de $\frac{45}{100}$ et une membrane de 17^{mm} de diamètre, de 0^{mm},4 d'épaisseur et dont le poids, griffes comprises, est de 0^g,65. La longueur du fil entre appuis a été portée de 45^{mm} à 105^{mm}, pour permettre l'accord sur les fréquences peu élevées. La sensibilité de cet appareil est naturellement variable et avec la précision de l'accord, et

(1) Voir à ce sujet les présomptions indiquées par Albert Campbell dans la conclusion de son étude : *On resonance points in microphone transmitters* (The national physical Laboratory collected researches, t. IV, 1908).

avec la fréquence, mais, en tous cas, elle est extrême. Le mouvement des franges, au moins à la fréquence 128, commence à être mesurable, alors qu'avec un téléphone de résistance peu différente, mis en série, on n'entend encore aucun son. On doit éviter les trépidations qui sont assez gênantes, surtout lorsque la tension du fil est petite. En particulier, je n'ai pu employer cet appareil à la fréquence 42, à cause des frémissements incessants de la membrane qui étaient probablement dus au champ magnétique de même fréquence, créé dans le laboratoire par les canalisations du secteur. La mesure de la sensibilité de cet instrument par son accord sur des courants microphoniques de fréquence déterminée est assez incertaine, parce que, d'une part, les réactances des divers circuits, peu importantes à la fréquence 42, deviennent rapidement prépondérantes dès que celle-ci s'élève et que, d'autre part, une certaine incertitude règne toujours sur les valeurs exactes, tant des inductances que des résistances à introduire dans les formules.

Néanmoins, je crois pouvoir, à la fréquence 128, l'évaluer à quelques centièmes de microampère. L'amortissement est faible et les formules que j'ai données précédemment pour le téléphone ordinaire montrent que, sauf pour ω petit, la courbe de sensibilité de cet instrument en fonction de la fréquence ($\epsilon = \omega^2$) est une hyperbole équilatère asymptote aux axes.

CONCLUSION.

En abordant l'étude du téléphone comme instrument de mesure, j'ai eu surtout en vue l'écouteur téléphonique. Le microphone, en effet, constitué par des contacts imparfaits, donc instables, n'a pas une régularité de fonctionnement ⁽¹⁾ qui puisse, en général, lui permettre d'être utilisé pour des mesures acoustiques ⁽²⁾. L'usage du récepteur téléphonique, bien au contraire, est aujourd'hui courant dans les laboratoires et même dans l'industrie. Il n'est, il est vrai, employé jusqu'ici que comme instrument de zéro et c'est sous cette forme que je l'ai tout d'abord présenté au lecteur.

Une étude complète du pont de Wheatstone en courant alternatif ⁽³⁾ m'a permis d'exprimer la condition générale du silence téléphonique, condition qui, je crois, n'avait pas encore été donnée. Elle est suivie d'une monographie sommaire des principales méthodes de zéro actuellement utilisées, soit dans les laboratoires, soit dans l'industrie.

Mes recherches ont porté ensuite sur les moyens de transformer l'écouteur téléphonique en un véritable galvanomètre, de le faire sortir du rôle négatif, quelque important qu'il soit, que lui imposait son emploi exclusif comme indicateur de maximum ou de minimum.

Des travaux antérieurs avaient fixé l'ordre de grandeur des déplacements de la membrane vibrante ⁽⁴⁾. Le but

(1) On trouvera à ce sujet des précisions intéressantes dans les travaux de CAMPBELL, *National Physical Laboratory Collected Researches*, t. IV, 1908.

(2) Voir cependant l'usage que Mercadier a fait du microphone dans ses recherches sur la sensibilité des écouteurs et le rôle de la membrane vibrante.

(3) Chapitre II, p. 11 et suivantes.

(4) CAURO, *Recherches sur le microphone* (Thèse Paris, 1899).

que je m'étais proposé ne pouvait être atteint que par la réalisation d'un appareil permettant d'observer des mouvements de très petite amplitude. Cet instrument, que j'ai appelé oscillographe interférentiel ⁽¹⁾, m'a permis d'enregistrer photographiquement, dans de bonnes conditions, des vibrations rapides (512 ~) avec une précision dépassant 0^u,01 ⁽²⁾.

La substitution de lentilles cylindriques aux lentilles sphériques que j'ai jusqu'ici employées, réduirait notablement le temps de pose et permettrait d'aborder avec la même précision l'étude des vibrations les plus rapides.

Le fonctionnement de cet oscillographe soulève toute une série de problèmes que je me suis attaché à résoudre : calcul du mouvement des surfaces interférentielles en fonction de celui des franges ⁽³⁾, séparation des raies de l'arc au mercure ⁽⁴⁾, conditions d'éclairement maximum des miroirs interférentiels ⁽⁵⁾, netteté des franges en lumière non parallèle ⁽⁶⁾, ordre de grandeur des temps de pose en fonction de la période du mouvement ⁽⁷⁾.

Les formules simples auxquelles je suis parvenu, permettent de caractériser les conditions expérimentales ⁽⁸⁾ et d'aborder le problème que l'ingénieur doit toujours se poser en présence d'un appareil nouveau : comment modifier les éléments caractéristiques d'un premier instrument pour satisfaire, si cela est possible, à des conditions données de fonctionnement et d'encombrement ? ⁽⁹⁾.

(1) Description : Chapitre IV, p. 51; Tableau synoptique de ses principales caractéristiques : Chapitre IV, p. 55.

(2) Chapitre IV, p. 60.

(3) Chapitre IV, p. 56 et Note I, p. 103.

(4) Chapitre V, p. 66.

(5) Chapitre V, p. 72.

(6) Chapitre V, p. 73, et Note II, p. 109.

(7) Chapitre IV, p. 59.

(8) Chapitre V, p. 72, et Chapitre IV, Tableau synoptique, p. 55.

(9) Chapitre V, p. 83.

Les reproductions (1) d'un certain nombre d'oscillogrammes correspondant, soit à des vibrations vocales, soit à des vibrations régulières, permettront à l'expérimentateur de se rendre compte des ressources que lui offre l'oscillographie interférentielle appliquée à l'enregistrement du mouvement de la membrane téléphonique (2).

Les recherches que je viens de résumer ont été faites dans le laboratoire de M. P. Janet, à la Sorbonne. Je lui exprime ici toute ma reconnaissance pour l'accueil qu'il a bien voulu me faire, les conseils et les encouragements qu'il n'a cessé de me donner. Je prie également mes anciens maîtres MM. Fabry et Tissot, ainsi que MM. Bouasse, Jouaust, Riquier et Sagnac, d'agréer mes plus vifs remerciements pour l'appui que mon inexpérience a trouvé auprès de leur science.

(1) Chapitre IV, p. 55, et Chapitre VI, p. 85 à 96.

(2) Chapitre VI, p. 85 et suivantes.

NOTE I.

MOUVEMENT DES SURFACES INTERFÉRENTIELLES
ET MOUVEMENT DES FRANGES.

Les méthodes interférentielles d'observation transforment l'étude des déplacements d'une surface dans celle des franges formées entre cette surface et une surface fixe de référence. Je me propose ici d'étudier les formules générales de transformation, dans le cas particulier où le mouvement considéré est alternatif, parallèle à une direction fixe et de faible amplitude.

Je choisis, dans la congruence des normales à la surface de référence E, l'une d'entre elles, ayant une direction moyenne, pour axe des z et le plan tangent correspondant pour plan des xy . Soit :

$$(1) \quad z = f(x, y),$$

l'équation qui lie, en un point de la surface E, les coordonnées x et y de ce point à la distance z des deux surfaces E et F comptées, par approximation, parallèlement à l'axe des z .

La courbure des surfaces interférentielles étant toujours très petite, les franges qui dessinent les courbes d'égale épaisseur de la lame mince se confondent très sensiblement, pour un observateur placé à une grande distance, avec leurs projections sur le plan des xy .

Soient m, n, p les cosinus directeurs de l'axe du déplacement et u la grandeur de ce déplacement. Après déforma-

(¹) Chapitre VI, p. 00.

tion, l'équation de la lame mince s'écrit :

$$(2) \quad z - pu = f(x - mu, y - nu).$$

Une frange brillante d'ordre déterminé :

$$(3) \quad n\lambda = 2e \cos \alpha + \delta,$$

dessine toujours sur le plan des xy le lieu des points de la lame où l'épaisseur $z = e$ est définie par l'équation précédente. Lorsque la surface mobile F se déplace, la frange considérée engendre la famille de courbes :

$$(4) \quad e_n - pu = f(x - mu, y - nu),$$

qui se réduit d'ailleurs, pour $u = 0$, à :

$$(5) \quad e_n = f(x, y).$$

Je suppose u très petit et je considère deux positions

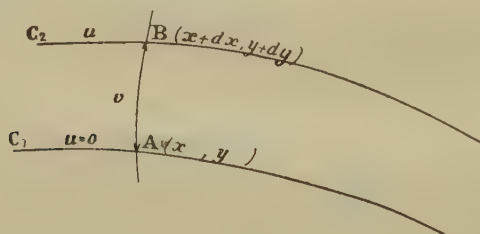


Fig. 43.

de la frange mobile, l'une C_1 correspondant à la valeur zéro du paramètre u et l'autre, C_2 , à la valeur u de ce paramètre.

Par un point $A(x, y)$ de C_1 je fais passer la trajectoire orthogonale de la famille de courbes (4).

Soient B l'intersection de cette courbe avec C_2 , $x + dx$, $y + dy$ les coordonnées du point B et v la longueur de l'arc AB . D'une part, en A , la courbe AB étant normale

à C_1 , on a :

$$(6) \quad \frac{dy}{dx} = \frac{\frac{\partial f}{\partial y}}{\frac{\partial f}{\partial x}}.$$

D'autre part, le point B appartenant à la courbe C_2 , on a :

$$e_n - pu = f(x + dx - mu, y + dy - nu),$$

ou, en tenant compte de l'hypothèse que u est très petit,

$$e_n - pu = f(x, y) + \frac{\partial f}{\partial x}(dx - mu) + \frac{\partial f}{\partial y}(dy - nu);$$

d'où, en retranchant l'équation (5) de celle-ci,

$$(7) \quad \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy + pu - \frac{\partial f}{\partial x} mu - \frac{\partial f}{\partial y} nu = 0,$$

les relations (6) et (7) permettent de calculer dx et dy :

$$dx = \frac{-\frac{\partial f}{\partial x}}{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2} \left(p - m \frac{\partial f}{\partial x} - n \frac{\partial f}{\partial y}\right) u,$$

$$dy = \frac{-\frac{\partial f}{\partial y}}{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2} \left(p - m \frac{\partial f}{\partial x} - n \frac{\partial f}{\partial y}\right) u;$$

d'où

$$(8) \quad v = \sqrt{dx^2 + dy^2} = \frac{p - m \frac{\partial f}{\partial x} - n \frac{\partial f}{\partial y}}{\sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2}} u.$$

D'un autre côté, les franges au repos appartiennent dans leur ensemble à la famille de courbes

$$(9) \quad e = f(x, y),$$

et correspondent aux diverses valeurs de e que l'on peut déduire de l'équation (3) en remplaçant n respectivement

par la série des nombres entiers (franges brillantes)

$$\begin{aligned}
 & \dots\dots\dots, \\
 e_{n-2} &= e_n - 2 \frac{\lambda}{2 \cos \alpha}, \\
 e_{n-1} &= e_n - \frac{\lambda}{2 \cos \alpha}, \\
 e_n & \\
 e_{n+1} &= e_n + \frac{\lambda}{2 \cos \alpha}, \\
 & \dots\dots\dots
 \end{aligned}$$

Si l'on calcule, pour le point précédent x, y , le long de la nouvelle trajectoire orthogonale passant par ce point et relative à la nouvelle famille de courbes (9), la distance V entre la frange d'ordre n et la frange d'ordre $(n+1)$, on trouve, en suivant une marche analogue à la précédente,

$$(10) \quad V = \frac{\lambda}{2 \cos \alpha} \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2}}.$$

Les équations (8) et (10) permettent d'écrire, en définitive,

$$(11) \quad \frac{v}{V} = \frac{2 \cos \alpha}{\lambda} \left(p - m \frac{\partial f}{\partial x} - n \frac{\partial f}{\partial y} \right) u.$$

Les formules (4) et (9) montrent qu'au cours du mouvement de la surface mobile, les franges se déforment en général de telle façon qu'à aucun moment les apparences ne redeviennent les mêmes que pour $u = 0$.

Les formules (8) et (9) indiquent que le déplacement orthogonal d'une frange est variable avec la direction de sa tangente et que celui-ci peut même s'annuler dans certains cas.

La formule (10) montre que, V étant toujours très grand vis-à-vis de $\frac{\lambda}{2 \cos \alpha}$, les quantités $\frac{\partial f}{\partial x}$ et $\frac{\partial f}{\partial y}$ sont toujours très petites. Comme, en pratique, on disposera des

conditions expérimentales, de manière à ce que l'axe du déplacement soit sensiblement normal aux miroirs, m et n seront toujours très petits et p voisin de l'unité. On pourra négliger devant l'unité les termes d'ordre supérieur :

$$m \frac{\partial f}{\partial x} \quad \text{et} \quad n \frac{\partial f}{\partial y},$$

et écrire :

$$(12) \quad \frac{v}{V} = \frac{2 \cos \alpha}{\lambda} p u,$$

Si l'on pouvait confondre p avec l'unité on obtiendrait la relation simple

$$(13) \quad \frac{v}{V} = \frac{2 \cos \alpha}{\lambda} u.$$

Mais, en général, il sera difficile de l'affirmer et l'équation (12) montre que le déplacement u , pour chaque groupe de mesures, n'est connu qu'à un coefficient de proportionnalité près, qui diffère d'un groupe à l'autre quand on modifie les conditions expérimentales.

Des comparaisons absolues entre les divers groupes, comparaisons que permettrait l'équation (13), n'affectent qu'un caractère approximatif.

Examinons maintenant le cas particulier où les deux surfaces interférentielles sont rigoureusement planes. On a :

$$z = ax + by + c.$$

Les franges sont rectilignes et leurs trajectoires orthogonales sont des droites.

Les équations (4) et (9) définissent, avec des paramètres différents, la même famille de courbes. Lorsque u augmente indéfiniment, les apparences redeviennent périodiquement les mêmes, par substitution du système de franges d'ordre

$$n + q, \quad n + q + 1, \quad \dots, \quad n + q + r,$$

au système d'ordre

$$n, \quad n+1, \quad \dots, \quad n+r.$$

Les formules (12) et (13), valables seulement dans le cas général pour ν petit, sont applicables quels que soient u et ν .

NOTE II.

FRANGES DE LAMES MINCES EN LUMIÈRE NON PARALLÈLE.

J'ai montré que si l'on concentre sur une surface déterminée le flux lumineux issu d'une source, en formant sur cette surface l'image de la source au moyen d'un système optique de deux lentilles, l'illumination produite était, en première approximation, fonction seulement de l'ouverture des pinceaux lumineux.

Lorsque la surface éclairée est une lame mince, à l'intérieur de laquelle se produisent des interférences, les incidences diverses des faisceaux élémentaires, qui constituent les cônes de lumière, superposent une série de systèmes de franges. Il en résulte, en chaque point, une intensité lumineuse parfaitement déterminée, fonction seulement de l'épaisseur de la lame et des éléments de définition des pinceaux.

La précision avec laquelle pourront être évaluées les variations d'épaisseur de la lame dépendra uniquement de celle avec laquelle on pourra repérer les positions successives d'une même intensité lumineuse, en un mot, de la précision des pointés sur les maxima ou les minima. La convergence de la lumière interviendra pour étaler ceux-ci en diminuant celle-là. On peut se rendre compte, de la façon suivante, de l'importance de ces effets.

Soit e l'épaisseur de la lame en un point A. Le cône de lumière qui tombe en A a pour base la dernière lentille du système optique d'éclairage. Désignons, comme plus haut, par α l'incidence axiale de ce pinceau et par ε son demi-angle au sommet.

Du point A pris comme centre, je décris une sphère de

rayon 1. Soient Z et M les intersections respectives de cette sphère avec la normale en A et avec l'axe du pinceau. Celui-ci découpe sur la sphère une surface lumineuse S dont chaque élément d'aire $d\sigma$ rayonne vers le point A et sous une incidence θ un flux lumineux.

$$(1) \quad d\Phi = E d\sigma.$$

Soit N le point figuratif de cet élément d'aire. Dans le triangle sphérique ZMN j'ai :

$$(2) \quad \cos \theta = \cos \varphi \cos \alpha + \sin \varphi \sin \alpha \cos \chi,$$

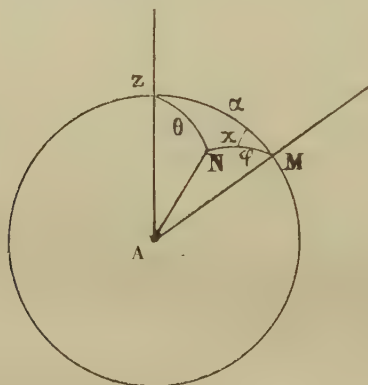


Fig. 44.

relation qui détermine θ en fonction des coordonnées φ et χ d'un point de la surface lumineuse S. L'élément d'aire, avec ce système, est d'ailleurs :

$$d\sigma = \sin \varphi d\varphi d\chi.$$

Le flux lumineux éclairant le point A est :

$$(3) \quad \Phi = \iint_S E \sin \varphi d\varphi d\chi.$$

On peut admettre qu'un flux lumineux élémentaire $E d\sigma$, tombant en A avec une incidence θ , produit en ce point,

après interférence, un éclaircissement proportionnel à $E d\sigma$ et fonction de la différence de marche en A sous l'incidence θ , de la nature des surfaces interférentielles, etc.,

$$dI = E f(e, \theta) d\sigma.$$

L'éclaircissement total en A, somme des énergies lumineuses développées en ce point par les faisceaux élémentaires, sera

$$(4) \quad I = \int \int_s E f(e, \theta) d\sigma.$$

Lorsqu'on connaît e en fonction des coordonnées des divers points de la lame, la formule précédente exprime la distribution de l'intensité lumineuse à la surface de celle-ci.

Si chaque point recevait le même flux lumineux Φ , mais en lumière strictement parallèle, la distribution de l'intensité lumineuse aurait la forme simple

$$(5) \quad I_\alpha = \Phi f(e, \alpha).$$

La précision d'un pointé sur un maximum ou sur un minimum dépend de la vitesse de variation de l'intensité lumineuse de part et d'autre de ceux-ci. La dérivée seconde de l'intensité peut donc, à défaut de la dérivée première qui est nulle, servir de mesure à la précision des pointés et l'influence de la convergence ϵ pourra être définie par le coefficient :

$$(6) \quad K = \frac{\frac{\partial^2 I}{\partial e^2} \left(\text{pour } \frac{\partial I}{\partial e} = 0 \right)}{\frac{\partial^2 I_\alpha}{\partial e^2} \left(\text{pour } \frac{\partial I_\alpha}{\partial e} = 0 \right)}.$$

Tant que ce coefficient restera voisin de l'unité, la précision des mesures ne sera pas altérée par l'emploi d'une lumière non parallèle. Ces formules résolvent le problème dans sa généralité.

Pour poursuivre utilement la discussion, il est indis-

pensable d'en préciser les conditions particulières d'application. Je supposerai que les pinceaux lumineux peuvent être assimilés à des cônes dont le demi-angle au sommet ε est petit et que l'intensité lumineuse est uniformément répartie à leur intérieur — E constant. Dans ces conditions, la surface lumineuse S est limitée par un cercle de rayon sphérique ε . Je balayerai cette aire en attribuant à φ et χ des valeurs comprises entre les limites suivantes :

$$0 \leq \varphi \leq \varepsilon, \quad 0 \leq \chi \leq 2\pi.$$

Le flux lumineux Φ a pour valeur

$$(7) \quad \Phi = \int_0^{2\pi} d\chi \int_0^\varepsilon E \sin \varphi \, d\varphi = 2\pi E(1 - \cos \varepsilon) = \pi E \varepsilon^2.$$

L'équation (5) s'écrit

$$(8) \quad I_\alpha = \Phi f(e, \alpha) = \pi E f(e, \alpha) \varepsilon^2.$$

Comme on aura toujours

$$\varphi < \varepsilon, \quad |\theta - \alpha| < \varepsilon,$$

je pourrai développer certaines fonctions suivant les puissances croissantes de φ ou de $(\theta - \alpha)$. En particulier, je pourrai mettre l'équation (3) sous la forme

$$\begin{aligned} I = & \int_S E f(e, \alpha) \, d\sigma + \int_S E \frac{\partial f(e, \alpha)}{\partial \alpha} (\theta - \alpha) \, d\sigma \\ & + \frac{1}{2} \int_S E \frac{\partial^2 f(e, \alpha)}{\partial \alpha^2} (\theta - \alpha)^2 \, d\sigma + \dots, \end{aligned}$$

d'où

$$(9) \quad \begin{aligned} I = & \pi E f(e, \alpha) \varepsilon^2 + E \frac{\partial f}{\partial \alpha} \int_S (\theta - \alpha) \sin \varphi \, d\varphi \, d\chi \\ & + \frac{1}{2} E \frac{\partial^2 f}{\partial \alpha^2} \int_S (\theta - \alpha)^2 \sin \varphi \, d\varphi \, d\chi + \dots \end{aligned}$$

Le premier terme du second membre n'est autre, d'après l'équation (8), que l'intensité qui résulterait d'un éclairage en lumière strictement parallèle.

Les termes suivants définissent donc les effets de la convergence des pinceaux. On en déduit immédiatement les deux conclusions suivantes :

1° La distribution des intensités lumineuses à la surface de la lame est modifiée ;

2° Les maxima et les minima sont déplacés.

Le calcul du coefficient K exige l'intégration des divers termes de l'équation (9).

Dans le cas d'une incidence quelconque, sauf pour $\alpha \ll \varepsilon$ les calculs pourront être conduits de la façon suivante. L'équation (2) permet de calculer θ et ses dérivées successives pour $\varphi = 0$.

$$\begin{aligned} (\theta)_{\varphi=0} &= \alpha, \\ \left(\frac{d\theta}{d\varphi}\right)_{\varphi=0} &= -\cos\chi, \\ \left(\frac{d^2\theta}{d\varphi^2}\right)_{\varphi=0} &= \cot\alpha \sin^2\chi, \\ \left(\frac{d^3\theta}{d\varphi^3}\right)_{\varphi=0} &= (1 + 3 \cot^2\alpha) \cos\chi \sin^2\chi, \\ &\dots\dots\dots \end{aligned}$$

d'où :

$$\begin{aligned} (\theta - \alpha) &= -\varphi \cos\chi + \frac{1}{2} \varphi^2 \cot\alpha \sin^2\chi \\ &\quad + \frac{1}{6} \varphi^3 (1 + 3 \cot^2\alpha) \cos\chi \sin^2\chi + \dots, \end{aligned}$$

pourvu toutefois que ε soit inférieur au cercle de convergence de cette série.

Il en est ainsi pour $\alpha > \varepsilon$.

Si $\alpha < \varepsilon$ on doit recourir à un autre mode de calcul que j'indiquerai ci-dessous.

Au même ordre d'approximation que plus haut, c'est-à-dire aux termes du troisième ordre près, et même ici, par suite de la forme des expressions, aux termes du quatrième ordre près — ce qui est une circonstance favorable pour l'emploi de la série précédente lorsque $\frac{\varepsilon}{\alpha}$ se rap-

proche de l'unité — on a :

$$\begin{aligned}
 & \int \int_s (\theta - \alpha) \sin \varphi \, d\varphi \, d\chi \\
 &= \int_0^\varepsilon d\varphi \int_0^{2\pi} \left[-\varphi \cos \chi + \frac{1}{2} \varphi^2 \cot \alpha \sin^2 \chi \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{6} \varphi^3 (1 + 3 \cot^2 \alpha) (\cos \chi - \cos^3 \chi) \right] \varphi \, d\chi \\
 &= \int_0^\varepsilon \frac{\pi}{2} \varphi^3 \cot \alpha \, d\varphi \\
 &= \frac{\pi}{8} \varepsilon^4 \cot \alpha,
 \end{aligned}$$

puis, toujours au même degré d'approximation :

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{2} \int \int_s (\theta - \alpha)^2 \sin \varphi \, d\varphi \, d\chi \\
 &= \frac{1}{2} \int_0^\varepsilon d\varphi \int_0^{2\pi} [\varphi^2 \cos^2 \chi - \varphi^3 \cot \alpha (\cos \chi - \cos^3 \chi)] \varphi \, d\chi \\
 &= \int_0^\varepsilon \frac{\pi}{2} \varphi^3 \, d\varphi = \frac{\pi}{8} \varepsilon^4,
 \end{aligned}$$

enfin :

$$\frac{1}{6} \int \int_s (\theta - \alpha)^3 \sin \varphi \, d\varphi \, d\chi = \frac{1}{6} \int_0^\varepsilon d\varphi \int_0^{2\pi} \varphi^4 \cos^3 \chi \, d\chi = 0.$$

Donc :

$$I = \pi E \left\{ f(e, \alpha) \varepsilon^2 + \left[\cot \alpha \frac{\partial f(e, \alpha)}{\partial \alpha} + \frac{\partial^2 f(e, \alpha)}{\partial \alpha^2} \right] \frac{\varepsilon^4}{8} + \dots \right\}$$

ou,

$$(10) \quad I = \Phi f(e, \alpha) + \Phi \left[\cot \alpha \frac{\partial f(e, \alpha)}{\partial \alpha} + \frac{\partial^2 f(e, \alpha)}{\partial \alpha^2} \right] \frac{\varepsilon^2}{8} + \dots$$

Cette expression est valable pour $\alpha > \varepsilon$.

Avant de poursuivre la discussion, j'indiquerai comment conduire le calcul pour $\alpha \leq \varepsilon$. Puisque ε est supposé petit, il en est de même de α : l'incidence est presque normale. Remplaçant

dans l'équation (2) les lignes trigonométriques par leurs développements en série, il vient, aux termes du troisième ordre près :

$$\theta^2 = \alpha^2 + \varphi^2 - 2\alpha\varphi \cos \chi,$$

d'où :

$$\theta = \sqrt{\alpha^2 + \varphi^2} \sqrt{1 - \frac{2\alpha\varphi}{\alpha^2 + \varphi^2} \cos \chi}.$$

Or :

$$\left| \frac{2\alpha\varphi}{\alpha^2 + \varphi^2} \cos \chi \right| \geq 1,$$

Le deuxième radical peut donc toujours se développer en série convergente :

$$\theta = (\alpha^2 + \varphi^2)^{\frac{1}{2}} \left[1 - \frac{\alpha\varphi}{\alpha^2 + \varphi^2} \cos \chi - \frac{1}{2} \frac{\alpha^2 \varphi^2}{(\alpha^2 + \varphi^2)^2} \cos^2 \chi \dots \right],$$

je limiterai ce développement à ses trois premiers termes. Il est vrai que, dans certaines parties du champ d'intégration, l'expression

$$\frac{2\alpha\varphi}{\alpha^2 + \varphi^2} \cos \chi$$

sera voisine de l'unité, et ce développement rapidement arrêté ne donnera qu'une valeur inexacte de θ , mais la présence du facteur $\cos \chi$ montre que cela ne se produira que dans une toute petite portion du champ. La sommation ne sera entachée que d'une erreur en somme négligeable.

Dans ces conditions :

$$\begin{aligned} & \int \int_S (\theta - \alpha) \sin \varphi \, d\varphi \, d\chi \\ &= -\pi\alpha\varepsilon^2 + \int \int_S \theta \varphi \, d\varphi \, d\chi \\ &= -\pi\alpha\varepsilon^2 + \int_0^\varepsilon d\varphi \int_0^{2\pi} \left[(\alpha^2 + \varphi^2)^{\frac{1}{2}} - \alpha\varphi(\alpha^2 + \varphi^2)^{-\frac{1}{2}} \cos \chi \right. \\ & \quad \left. - \frac{1}{2} \alpha^2 \varphi^2 (\alpha^2 + \varphi^2)^{-\frac{3}{2}} \cos^2 \chi \right] \varphi \, d\chi \\ &= -\pi\alpha\varepsilon^2 + \int_0^\varepsilon \left[2\pi\varphi(\alpha^2 + \varphi^2)^{\frac{1}{2}} - \frac{\pi\alpha^2}{2} \varphi^3 (\alpha^2 + \varphi^2)^{-\frac{3}{2}} \right] d\varphi \\ &= -\pi\alpha\varepsilon^2 + \frac{2}{3} \pi (\alpha^2 + \varepsilon^2)^{\frac{3}{2}} - \frac{1}{2} \pi \alpha^2 (\alpha^2 + \varepsilon^2)^{\frac{1}{2}} \\ & \quad - \frac{\pi}{2} \alpha^4 (\alpha^2 + \varepsilon^2)^{-\frac{1}{2}} + \frac{1}{3} \pi \alpha^3. \end{aligned}$$

De même :

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{2} \int_S \int_S (\theta - \alpha)^2 \varphi \, d\varphi \, d\chi \\
 &= \frac{1}{2} \int_S \int_S [(2\alpha^2 + \varphi^2 - 2\alpha\varphi \cos \chi) - 2\alpha\theta] \varphi \, d\varphi \, d\chi \\
 &= \pi\alpha^2\varepsilon^2 + \frac{\pi\varepsilon^4}{4} - \frac{2}{3}\pi\alpha(\alpha^2 + \varepsilon^2)^{\frac{3}{2}} \\
 &\quad + \frac{1}{2}\pi\alpha^3(\alpha^2 + \varepsilon^2)^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2}\pi\alpha^5(\alpha^2 + \varepsilon^2)^{-\frac{1}{2}} - \frac{1}{3}\pi\alpha^4.
 \end{aligned}$$

L'équation (8) s'écrit :

$$\begin{aligned}
 (11) \quad I &= \pi E \left\{ f(e, \alpha) \varepsilon^2 + \frac{\partial f(e, \alpha)}{\partial \alpha} \right. \\
 &\quad \times \left[-\alpha\varepsilon^3 + \frac{1}{3}\alpha^3 - \frac{1}{2}\alpha^4(\alpha^2 + \varepsilon^2)^{-\frac{1}{2}} \right. \\
 &\quad \left. \left. - \frac{1}{2}\alpha^2(\alpha^2 + \varepsilon^2)^{\frac{1}{2}} + \frac{2}{3}(\alpha^2 + \varepsilon^2)^{\frac{3}{2}} \right] \right. \\
 &\quad + \frac{\partial^2 f}{\partial \alpha^2} \left[\frac{\varepsilon^4}{4} + \alpha^2\varepsilon^2 - \frac{\alpha^4}{3} - \frac{1}{2}\alpha^5(\alpha^2 + \varepsilon^2)^{-\frac{1}{2}} \right. \\
 &\quad \left. \left. + \frac{1}{2}\alpha^3(\alpha^2 + \varepsilon^2)^{\frac{1}{2}} - \frac{2}{3}\alpha(\alpha^2 + \varepsilon^2)^{\frac{3}{2}} \right] + \dots \right\}.
 \end{aligned}$$

La formule (11) est applicable quels que soient α et ε pourvu que ces quantités soient suffisamment petites. On peut la remplacer par une formule moins approchée, mais beaucoup plus simple. Il suffit de développer en série les coefficients de ses deux derniers termes par rapport aux puissances croissantes de α en négligeant les termes du second ordre en α . Il est d'ailleurs évident que chacune de ces séries n'est convergente que pour $\alpha < \varepsilon$. Il vient :

$$\begin{aligned}
 (12) \quad I &= \Phi f(e, \alpha) + \Phi \frac{\partial f(e, \alpha)}{\partial \alpha} \left(\frac{2}{3}\varepsilon - \alpha \right) \\
 &\quad + \Phi \frac{\partial^2 f(e, \alpha)}{\partial \alpha^2} \left(\frac{\varepsilon^2}{4} - \frac{2}{3}\varepsilon\alpha \right) + \dots,
 \end{aligned}$$

valable pour $\alpha < \varepsilon$.

Les formules (10) ou (12) pour $\alpha > \varepsilon$ ou $\alpha < \varepsilon$ la formule (11) pour α peu différent de ε permettent, dans

chaque cas particulier qui détermine la fonction f , de calculer le coefficient K .

La formule (10) est toujours applicable avec plus ou moins d'approximation, lorsqu'il existe deux systèmes optiques distincts, l'un pour l'éclairage de la lame, l'autre pour l'examen des franges, aussi est-ce celle-là que je discuterai en détail.

Elle est de la forme :

$$(13) \quad I = f(e, \alpha) + \varepsilon^2 \varphi(e, \alpha).$$

Soit e l'épaisseur de la lame correspondant à un maximum en lumière parallèle, donc solution de l'équation :

$$(14) \quad \frac{\partial f(e, \alpha)}{\partial \alpha} = 0.$$

L'épaisseur $(e + de)$ correspondant au même maximum, mais en lumière convergente, est calculable par la formule

$$\frac{\partial f(e, \alpha)}{\partial e} + \frac{\partial^2 f(e, \alpha)}{\partial e^2} de + \varepsilon^2 \frac{\partial \varphi(e, \alpha)}{\partial e} = 0,$$

dans l'hypothèse où de est assez petit pour que les termes en $(de)^2$ et en $(\varepsilon^2 de)$ soient négligeables. Il vient, en tenant compte de l'équation (14) :

$$(15) \quad de = -\varepsilon^2 \frac{\frac{\partial \varphi(e, \alpha)}{\partial e}}{\frac{\partial^2 f(e, \alpha)}{\partial e^2}}.$$

Le coefficient K , toujours au même degré d'approximation, pourra se mettre sous la forme :

$$K = 1 + de \frac{\frac{\partial^3 f(e, \alpha)}{\partial e^3}}{\frac{\partial^2 f(e, \alpha)}{\partial e^2}} + \varepsilon^2 \frac{\frac{\partial^2 \varphi(e, \alpha)}{\partial e^2}}{\frac{\partial^2 f(e, \alpha)}{\partial e^2}}$$

ou :

$$(16) \quad K = 1 + \varepsilon^2 \left[\frac{\frac{\partial^2 \varphi(e, \alpha)}{\partial e^2}}{\frac{\partial^2 f(e, \alpha)}{\partial e^2}} - \frac{\frac{\partial^3 f(e, \alpha)}{\partial e^3} \frac{\partial \varphi(e, \alpha)}{\partial e}}{\left[\frac{\partial^2 f(e, \alpha)}{\partial e^2} \right]^2} \right].$$

Les équations (10), (13), (14), (16) permettent le calcul immédiat de K lorsqu'on connaît f .

Or f , proportionnelle à l'énergie lumineuse, c'est-à-dire, en chaque point, au carré de l'amplitude résultante, est une fonction plus ou moins complexe de la différence de marche entre les divers chemins optiques créés par la lame mince, c'est-à-dire de la quantité

$$\Delta = 2e \cos \alpha + \delta \quad (\delta = \text{const.}).$$

Je me placerai dans le cas le plus simple, celui d'une lame à face de verre. On a :

$$f(e, \alpha) = a + \cos \frac{2\pi}{\lambda} \Delta \quad \text{avec} \quad \delta = \frac{\lambda}{2}, \quad a > 1.$$

Pour un maximum ou un minimum

$$\sin \frac{2\pi}{\lambda} \Delta = 0.$$

Les formules se simplifient par suite de la forme de la fonction f . Il vient :

$$(17) \quad K = 1 + \varepsilon^2 \left(\frac{1 - 3 \cos^2 \alpha}{4 \cos^2 \alpha} - 2\pi^2 \frac{e^2}{\lambda^2} \sin^2 \alpha \right) \quad (\text{pour } \alpha > \varepsilon),$$

qui se réduit en général à :

$$(18) \quad K = 1 - 2\pi^2 \varepsilon^2 \frac{e^2}{\lambda^2} \sin^2 \alpha,$$

d'où cette conclusion : si $2\pi^2 \varepsilon^2 \frac{e^2}{\lambda^2} \sin^2 \alpha$ est négligeable devant l'unité, la précision des mesures ne sera pas altérée par l'emploi d'une lumière non parallèle.

Lorsque les surfaces interférentielles seront d'une na-

ture différente de celle du verre, on déterminera dans chaque cas la forme de la fonction f ⁽¹⁾ et la formule (16) permettra le calcul exact de K. Mais, dans une première étude, on pourra s'adresser à la formule (18) qui donnera des indications suffisamment approchées pour le calcul des systèmes optiques et le choix raisonné de l'incidence et de la convergence de la lumière interférente.

(¹) Dans le cas de franges argentées par réflexion, voir Hamy, *Journal de Physique*, 1906, p. 789 et sq.

NOTE III.

ARGENTURE.

L'argenture des surfaces interférentielles est une opération toujours délicate, tant à cause des précautions à prendre pour assurer un dépôt régulier, que par la difficulté d'arrêter la semi-argenture à l'épaisseur voulue.

Il existe plusieurs procédés d'argenture, les deux plus connus sont les suivants :

a. Argenture au formol. — Le procédé est très simple puisqu'il n'utilise que deux solutions. Il se répand beaucoup dans les laboratoires, mais le dosage des solutions n'est pas sans présenter quelque difficulté. Je transcris les formules d'après les indications de MM. Lumière, inventeurs du procédé ⁽¹⁾.

On commence par nettoyer la plaque avec de l'acide nitrique chimiquement pur, puis on lave abondamment à l'eau distillée de façon à enlever toute trace d'acide.

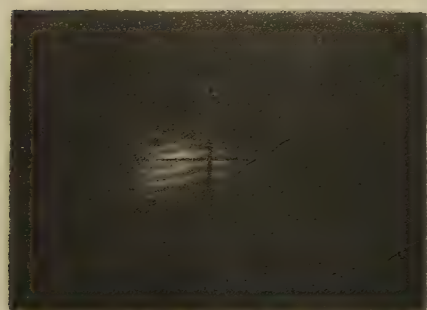
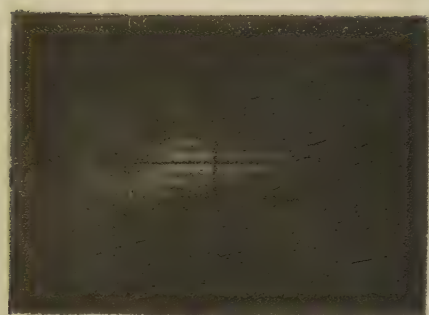
On place la glace à argenter sur trois vis calantes, de façon à la mettre bien de niveau, et l'on verse sur elle le mélange suivant :

Eau.....	75cm ³
Alcool à 90°.....	25cm ³

qu'on laisse séjourner quelques minutes sur la plaque.

Pendant ce temps, on prépare la solution suivante qui ne doit pas être faite d'avance et que nous appellerons

(1) *Agenda Lumière*, édition 1910, p. 305.



solution pour argenter :

Formol à 40°.....	10 gouttes
Alcool à 90°.....	10 ^{cm} ³
Eau distillée.....	10 »
Solution d'argent.....	20 »

La solution d'argent, qui peut être faite longtemps à l'avance, se prépare ainsi :

Nitrate d'argent.....	10 ^g
Eau distillée	100 ^{cm} ³

On ajoute goutte à goutte de l'ammoniaque pure jusqu'à redissoudre le précipité brun qui se forme, mais en ayant bien soin d'ajouter la quantité exactement nécessaire et d'éviter l'excès d'ammoniaque. Une fois le précipité redissous, on ajoute la solution suivante :

Nitrate d'argent.....	2 ^g
Eau distillée	100 ^{cm} ³

On complète à un litre avec de l'eau distillée, on agite, on laisse digérer 5 minutes, puis on filtre plusieurs fois jusqu'à clarification complète (il est indispensable d'employer de l'eau distillée très pure).

On égoutte la plaque et l'on y verse la solution pour argenter; le dépôt commence au bout de 90 à 120 secondes et il est complet en 3 minutes (¹).

Pendant l'argenteure, on balance légèrement la glace pour éviter les stries. Lorsqu'on verra le liquide se troubler, soit par de la poussière, soit par des plaques d'argent, on

(¹) « Lorsqu'on opère sur des glaces de petites dimensions, ce mode opératoire doit être modifié. On emploie alors une cuve destinée à contenir la solution pour argenter et dont les parois ont été préalablement nettoyées à l'acide nitrique. La glace est retournée dans la cuve, la face à argenter en dessous, en la soutenant avec des cales de verre » (ABRAHAM, *Recueil d'expériences de Physique*, t. I, p. 37).

égouttera la plaque et l'on mettra une deuxième couche de solution pour argenter.

On peut déposer ainsi plusieurs couches successives jusqu'à obtenir l'opacité voulue. Alors on lave avec beaucoup d'eau distillée, on égoutte au papier buvard blanc et on laisse sécher.

A la fin de l'opération, la couche a un aspect légèrement mordoré; quand la glace est sèche, elle doit être brillante, à peine recouverte d'un très léger dépôt laiteux qui disparaît facilement au polissage. Celui-ci doit se faire avec une peau de chamois très douce, entourant une masse de coton. On frotte sur la peau de chamois un peu de *rouge pour l'or* dont on enlève l'excès avec une brosse mi-douce et l'on polit la couche d'argent en tournant et en appuyant très légèrement. Il faut que le tout soit très sec.

L'alcool a pour but d'empêcher la formation du dépôt; s'il se forme quand même, c'est qu'il y a trop de formol dont on diminue alors la dose; si, au contraire, il n'y en a pas assez, la couche d'argent a un aspect rouge brun et elle est criblée de petits trous. Il est donc nécessaire de faire un essai préliminaire pour déterminer la quantité de formol à employer, mais il ne faut jamais faire l'addition de formol qu'au moment d'argenter (¹).

Si la température était trop élevée, le dépôt se formerait plus vite et deviendrait rapidement poussiéreux.

(Les solutions ammoniacales de nitrate d'argent sont dangereuses à conserver, car il peut s'y former de l'argent fulminant.)

Ce procédé m'a donné de bons résultats, mais malgré son apparente simplicité, il nécessite un certain tour de main.

(¹) « S'il y a excès de formol, le dépôt se fait beaucoup plus vite, l'argent ne prend pas l'aspect d'argent métallique, ou, en tout cas, disparaît sous le frottement du doigt lavé à l'eau ammoniacale. S'il y a défaut de formol, on obtient un liquide gris boueux » (ABRAHAM, *loc. cit.*).

b. Argenture au sucre. — Le classique procédé au sucre, jadis indiqué par Foucault et qui est employé couramment dans les ateliers de M. Jobin, m'a donné, avec moins de difficulté, des résultats très réguliers. On prépare ⁽¹⁾ les quatre solutions suivantes :

Solution I.

Nitrate d'argent.....	4 ^g
Eau distillée.....	100

Solution II.

Nitrate d'ammoniaque.....	6
Eau distillée.....	100

Solution III.

Potasse pure.....	10
Eau distillée.....	100

Solution IV.

Sucre interverti.....	5
Alcool à 90°.....	5
Eau distillée.....	100

Les solutions I et II peuvent être remplacées par une solution unique en préparant, au moment de l'emploi, comme dans le procédé au formol, une solution amoniacale de nitrate d'argent à 4 pour 100. La potasse peut être remplacée par de la soude ⁽²⁾. Pour préparer la solution de sucre interverti, on fait dissoudre le sucre dans une petite quantité d'eau distillée, on ajoute 0^g,12 d'acide tartrique par gramme de sucre, on fait bouillir 10 minutes, on laisse refroidir, on ajoute l'alcool ⁽³⁾ et l'on étend la solution par de l'eau distillée en quantité suffisante.

(1) Les meilleurs résultats sont obtenus avec des solutions préparées la veille. Néanmoins des solutions anciennes donnent souvent des argentures très acceptables, surtout si l'on utilise une solution amoniacale de nitrate d'argent.

(2) BAILLAUD, *Cours d'Astronomie*, t. I, p. 147.

(3) L'alcool a pour but d'empêcher la fermentation (BAILLAUD, *Ibid.*).

Les glaces à argenter sont vigoureusement frottées avec du coton imbibé d'acide nitrique, lavées à grande eau, nettoyyées à l'alcool, rincées à l'eau distillée.

Les solutions I et II ont été mélangées par parties égales, ainsi que III et IV. On projette le tout dans la cuve à argentine, on remue vivement et l'on immerge aussitôt la glace à argenter la face en dessous, ou tout au moins verticale. Lorsque l'argentine a l'épaisseur voulue, on lave avec beaucoup d'eau distillée, on égoutte au papier buvard blanc et on laisse sécher. Pour une argentine complète, on laisse longuement séjourner la glace dans le bain, la couche acquérant dans les dernières minutes plus de solidité, puis le finissage se fait au rouge d'Angleterre comme précédemment.

Pour effectuer une semi-argentine, le mieux est d'avoir à sa disposition deux surfaces interférentielles interchangeables, de façon à ce que l'une serve de type pour l'argentine de l'autre. On suit dans le bain même l'épaississement de la couche d'argent d'après l'accroissement du pouvoir réflecteur de la glace de verre, on l'examine ensuite par transparence et l'on arrête quand les pouvoirs absorbants de la glace qu'on argente et celle de la glace type paraissent égaux. J'arrêtais les semi-argentures au moment où le pouvoir réflecteur commençait à s'accroître rapidement et avant que le pouvoir absorbant devînt cependant notable, se manifestant à l'examen par transparence par un simple voile. Il y a là quelques tâtonnements qu'on peut conduire somme toute assez rapidement.

Dépôts métalliques divers. — Les argentures ou semi-argentures sont toujours très délicates, leur adhérence est faible et elles s'altèrent assez rapidement au contact de l'air. On peut, dans certains cas, substituer à la couche d'argent une couche de palladium dont le dépôt s'obtient par bombardement cathodique. Les palladinures épaisses

sont extrêmement robustes et inaltérables ⁽¹⁾, mais les semi-palladinures ont un aspect légèrement fumeux. Il y aurait un vif intérêt à utiliser les dépôts métalliques plus solides et moins altérables que les dépôts d'argent ayant, en outre, pour les courtes longueurs d'onde, un pouvoir absorbant moins élevé que ce métal.

(1) Adam Hilger, en Angleterre, est outillé pour de semblables travaux.

NOTE IV.

OBTURATEUR DE PLAQUE.

L'obturateur de plaque est constitué par un rideau de toile opaque à la lumière, coupé par une fente de largeur réglable et qu'un jeu de cylindres, sur lesquels celui-ci peut s'enrouler et se dérouler, permet de faire mouvoir rapidement devant l'émulsion sensible.

Les lèvres de la fente qui se déplacent très près de la plaque, sectionnent, au voisinage de leur sommet, les pinceaux lumineux convergeant sur elle pour former les divers points de l'image. On en conclut, comme dans le cas du cylindre tournant, que le temps de pose est égal au quotient de la largeur ε de la fente par la vitesse a du rideau :

$$\theta = \frac{\varepsilon}{a},$$

et que le rendement optique de l'obturateur est très voisin de l'unité.

On verrait comme plus haut que, par suite du mouvement propre de l'image lumineuse, la durée de l'impression photochimique n'est pas seulement fonction de l'intervalle de temps θ , mais aussi du déplacement de cette image pendant la durée de l'exposition.

L'une des objections faites à l'emploi de l'obturateur à rideau dans la photographie courante, objection dans ce cas parfaitement injustifiée d'ailleurs, résulte de l'exposition progressive de la plaque, qui se trouve décomposée en bandes impressionnées à des instants différents. C'est cette propriété qui m'a permis, dans les circonstances particulières du problème et au moins dans le cas de

franges sensiblement rectilignes, de réduire le dispositif oscillographique à un obturateur à rideau.

Prenons, en effet, un axe des x perpendiculaire à la fente FF' du rideau, et pour mettre de côté les phénomènes de *bougé*, qui ont été étudiés en détail précédemment, supposons infiniment petite la largeur ϵ de la fente.

La courbe photographiée est le lieu des intersections de la frange mobile avec la fente. Soit S' cette courbe et S la photographie de la frange au repos.

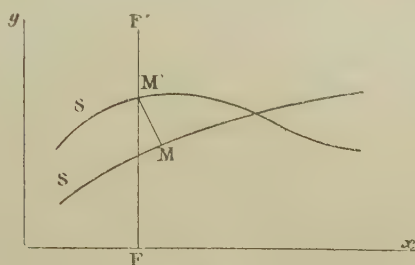


Fig. 45.

L'équation de la fente mobile FF' en fonction du temps est, a désignant la vitesse moyenne de celle-ci et α une fonction de x , d'ailleurs inconnue :

$$(1) \quad x = at + \alpha,$$

en sorte que, si d'un point M' de la courbe S' on mène les normales à la courbe S et à l'axe ox , on mesure aisément à l'instant

$$(2) \quad t = \frac{x - \alpha}{a},$$

le déplacement orthogonal MM' du point M de la frange S . Il suffit de reporter sur un même graphique et à une échelle convenable la courbe S dessinée par la frange au repos et la photographie S' de la frange mobile pour déterminer la courbe de u en fonction du temps.

Ce mode opératoire soulève deux objections principales :

1° Le terme α de l'équation (2) est inconnu et l'on est obligé de lui supposer une valeur constante, d'où une première déformation de la courbe suivant l'axe du temps, déformation peu importante, d'ailleurs, puisque les élongations ne sont pas altérées.

2° Le rapport de $\frac{v}{V}$ à u est légèrement variable le long d'une frange ⁽¹⁾, d'où une seconde déformation, plus gênante que la précédente, puisqu'elle se produit suivant l'axe des élongations. On peut cependant passer outre à cette deuxième objection, lorsque le miroir subit seulement des mouvements parallèles à une direction fixe ⁽²⁾, elle-même à peu près parallèle à la normale au miroir.

La durée de l'enregistrement dépend de la dimension de l'image photographique, perpendiculairement à la fente et de la vitesse de celle-ci.

Dans les oscillogrammes que j'ai obtenus, la longueur de l'image était de 3^{cm} et la vitesse de l'obturateur de l'ordre de 1^m,50 par seconde, d'où une durée d'enregistrement de

$$\frac{3}{150} = \frac{1}{50} \text{ de seconde.}$$

Il convient que la direction moyenne des franges soit perpendiculaire à la fente.

L'utilisation des oscillogrammes exige que les photographies des franges, pendant leur mouvement au repos, soient reportées sur un même graphique. Un réticule

(1) Voir Note I, équation (11).

(2) Ceci n'a pas toujours lieu. Par exemple, si dans un monotéléphone les tensions des deux fils qui supportent la membrane vibrante n'ont pas été soigneusement égalisées, il existe deux périodes de résonance qui correspondent aux périodes propres de chacun des deux brins et la membrane prend alors un véritable mouvement de rotation autour du brin qui ne résonne pas.

placé dans le plan conjugué de la plaque sensible par rapport à la dernière lentille du système optique, permet de photographier en même temps que les franges un système d'axes fixes, auxquels on peut rapporter les deux courbes.

La détermination des coordonnées d'un certain nombre de points de chacune des deux courbes se fait sans difficulté au moyen du microscope à oculaire micrométrique et platine mobile décrit plus haut.

La Planche II reproduit deux clichés qui correspondent : le premier à une photographie des franges mobiles, le second à une photographie des franges fixes.

Le Tableau suivant, donné à titre indicatif, contient le relevé au microscope des coordonnées d'un certain nombre de points de ces franges.

Franges mobiles.

ABSCISSES.	ORDONNÉES.
—	—
Vis micrométrique de la platine-Pas : 0 ^{mm} , 5.	Vis micrométrique de l'oculaire-Pas : 0 ^{mm} , 5.
15	9,20
18	9,50
22	10,20
25	10,80
31	11,60
35	11,50
40	11,10
43	11,60

Franges fixes.

ABSCISSES.	ORDONNÉES.	
	Frange d'ordre n .	Frange d'ordre $n + 2$.
15	10,20	16,70
20	10,80	17,40
25	11,60	18
31	11,70	18,42
35	11,50	17,90
40	11,65	17,90
43	11,40	17,90

Les courbes de la figure 46 traduisent le Tableau précédent et reproduisent à grande échelle les courbes photographiées.

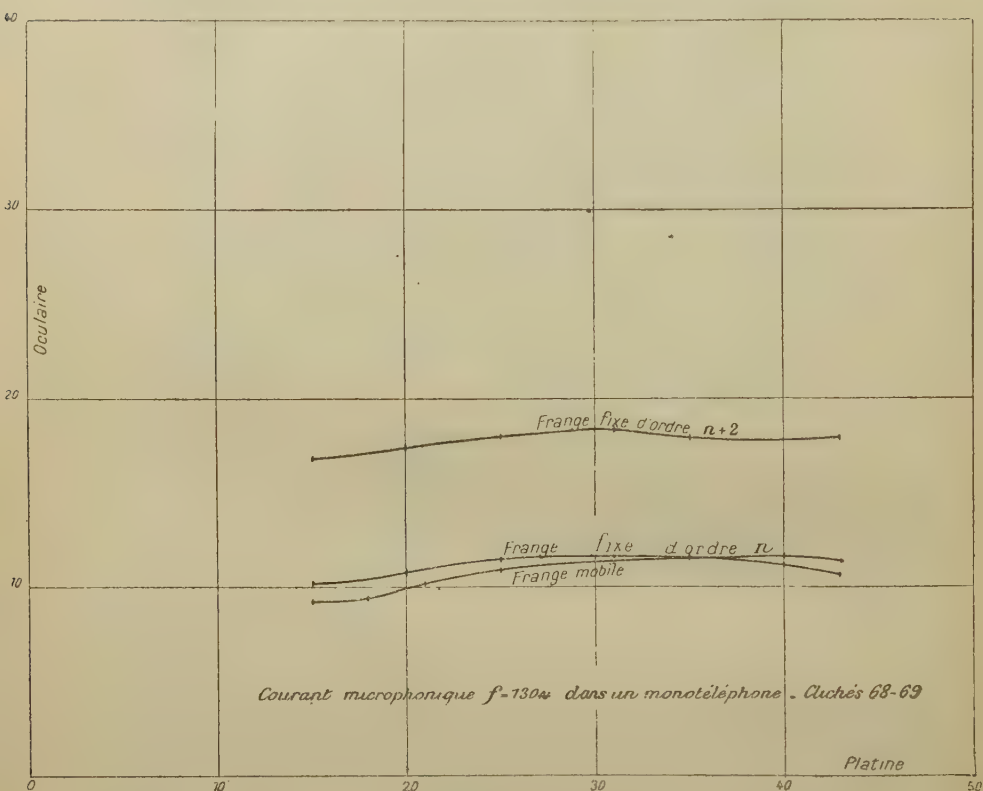


Fig. 46.

Des mesures directes faites sur ce graphique conduisent à la courbe représentative du mouvement de la membrane (fig. 47).

Il me reste à dire quelques mots du développement des émulsions impressionnées. Celui-ci doit-être énergique et, contrairement à ce qu'on recherche d'habitude, accroître le heurté présenté par les images.

Les formules courantes peuvent donner d'excellents résultats, mais il est préférable de profiter de ce que l'en-

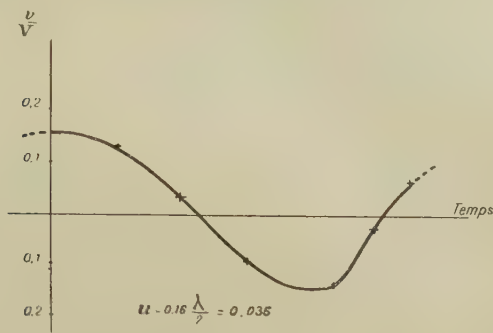


Fig. 47.

registrement par obturateur de plaque permet l'obtention de clichés sur verre, pour opérer un *développement lent en cuvette verticale*.

Les travaux de Fourtier en France, Meydenbauer et Neuhauss en Allemagne ont montré, en effet, que l'action réductrice d'un révélateur dilué, quoiqu'elle soit lente, n'en est pas moins énergique. L'image a plus de finesse, ainsi que cela se produit pour la gravure à l'eau-forte, et l'on évite, dans une certaine mesure, *le voile de sous-exposition* qui tend à se montrer d'autant plus intense que la pose est plus courte et le révélateur plus concentré ⁽¹⁾. On détermine généralement la quantité d'eau à ajouter par la condition que la durée du développement soit de 1 heure environ. La gélatine s'imprègne à fond du révélateur et la réduction des sels d'argent, au lieu de se produire principalement à la surface de l'émulsion, atteint toutes les parties touchées par la lumière.

On ne pourrait pas sans danger abandonner à elle-

(1) F. DILLAYE, *Le développement en photographie*. Librairie Montgredien, 8, rue Saint-Joseph, Paris.

même une plaque dans une cuvette plate. Les sous-produits d'oxydation et vraisemblablement aussi certaines réactions thermochimiques y produiraient des taches en forme de réseaux, de canaux, de panaches, etc. On tourne aisément la difficulté par l'emploi de cuvettes verticales en porcelaine, vendues couramment à cet effet dans le commerce. « Par suite des différences de densité qu'il prend en agissant, le liquide se trouve dans un mouvement constant de montée et de descente et il se forme un brassage continu et automatique (1) ». Ces cuves peuvent être utilisées au développement simultané de 12 plaques et leur étanchéité à la lumière permet d'entrer et de sortir de la chambre noire sans précautions spéciales. Les opérations photographiques sont donc très simplifiées en même temps que les clichés obtenus sont remarquablement fouillés. La formule suivante m'a donné de bons résultats :

Eau	1000 ^g
Sulfite de soude anhydre.....	5
Glycine.....	2
Carbonate de soude cristallisé.....	10

La durée du développement est de 1 heure environ.

(1) F. DILLAYE, *Loc. cit.*

NOTE V.

JUSTIFICATIONS NUMÉRIQUES.

1. — Résistance et inductance des téléphones employés.

La résistance et l'inductance des téléphones employés ont été mesurées au pont d'Anderson. La source proprement dite de courant alternatif était le secondaire d'une bobine d'induction téléphonique sur le primaire de laquelle était placé un interrupteur à mercure, donnant 80 ou 100 interruptions par seconde. De cette manière, d'une part, l'intensité que pouvait prendre le courant était limitée par l'impédance de l'enroulement secondaire, et, d'autre part, la tension élevée d'alimentation augmentait la sensibilité de la méthode. J'ai dit que, pour être fixé sur la fréquence à laquelle correspondaient les mesures, il était indispensable, à basse fréquence, de substituer au téléphone un galvanomètre à résonance ⁽¹⁾. Dans le cas actuel, il n'y a pas eu besoin de recourir à cet instrument. On peut, en effet, admettre d'une part qu'à 42 périodes la résistance effective des appareils est très voisine de leur résistance ohmique. D'autre part, leur réactance à cette fréquence est toujours petite vis-à-vis de leur résistance et n'intervient qu'à titre correctif. On peut donc se contenter de valeurs approximatives de celles-ci. On se servira par exemple de la relation

$$RL = \text{const.},$$

observée par Kennelly et Pierce ⁽²⁾ pour déduire l'induc-

⁽¹⁾ Voir Chapitre II, p. 20.

⁽²⁾ Voir Chapitre I, p. 7.

tance à basse fréquence de la résistance et de l'inductance mesurées.

On trouve ⁽¹⁾ :

Téléphone Sullivan, de 4240^ω, pour T. S. F. :

$$\begin{aligned} Q = S &= 100, & C &= 0,2, \\ P &= 7000, & r &= 1900. \\ R &= 7000^{\omega}, \\ L &= 2^H, 57; \end{aligned}$$

d'où, à basse fréquence,

$$\begin{aligned} R &= 4240^{\omega}, \\ L &= \frac{2,57 \times 7000}{4240} = 4^H, 25. \end{aligned}$$

Casque téléphonique Sullivan de 4030^ω :

$$\begin{aligned} Q = S &= 100, & C &= 0,2, \\ P &= 6500, & r &= 4000. \\ R &= 6500^{\omega}, \\ L &= 5^H, 4; \end{aligned}$$

d'où, à basse fréquence,

$$\begin{aligned} R &= 4030^{\omega}, \\ L &= \frac{5,4 \times 6500}{4030} = 8^H, 7. \end{aligned}$$

Téléphone de réseau 127^ω (S. I. T., récepteur n° 3) :

$$\begin{aligned} Q = S &= 10, & C &= 0,05, \\ P &= 210, & r &= 1300, \\ R &= 210^{\omega}, \\ L &= 0^H, 0143; \end{aligned}$$

d'où, à basse fréquence,

$$\begin{aligned} R &= 127^{\omega}, \\ L &= \frac{0,0143 \times 210}{127} = 0^H, 0236. \end{aligned}$$

(¹) Notation du Chapitre II. Toutes ces mesures s'entendent les téléphones munis de leurs membranes. L'influence de la membrane a été étudiée Chapitre I.

2. — Bobines d'induction.

Il est au contraire indispensable d'avoir des valeurs précises des coefficients d'induction des bobines de transformation utilisées. J'ai eu à cet effet recours à des mesures directes ⁽¹⁾.

Pour la détermination des petites intensités, j'ai utilisé un couple thermo-électrique dans le vide, construit par Siemens et Halske. Il est constitué par un fil de platine, tendu dans une ampoule, et qui a un point de contact avec la soudure d'un couple fer-constantan. Le fil de platine étant très fin d'une part, et le circuit couple-galvanomètre n'ayant qu'un point commun avec le circuit thermique d'autre part, on peut étalonner cet instrument en toute sécurité avec du courant continu. Je me suis servi comme galvanomètre d'un Thomson relativement peu sensible, mais il n'y a pas intérêt à utiliser un appareil qui le serait davantage, car on constate parfois, pour un courant nul, de petites déviations résiduelles de l'ordre du millimètre qui empêcheraient d'évaluer des courants au-dessous de 10^{-4} ampère.

Galvanomètre Thomson-Carpentier n° 5543-1.

Résistance	6 ^{oh} , 68
Période entière.....	22 ^s
Décrément.....	2,6
Sensibilité.....	55 ^{mm} , 5 pour 1 microamp
Coefficient Ayrton (2)...	10

(1) GUYAU, *Contribution à l'étude des bobines téléphoniques* (*Revue électrique*, 9 août 1912, p. 179 et suiv.).

(2) Ce très faible coefficient tient à la forme de l'équipage. Il est courant, avec des Thomson, d'obtenir la valeur 35 que l'on peut porter à 200 avec des équipages spéciaux. Avec le galvanomètre Weiss, on peut atteindre 1200.

Couple thermo-électrique Siemens et Halske, n° 454109. — Cet instrument porte les indications suivantes :

Résistances :

Fil chaud (bornes J), $30\omega, 4$; Thermo-élément (bornes G), $8\omega, 5$.

Sensibilité :

Courant en J, 10 milliampères; f. é. m. en G, 5,1 millivolts;

Maximum du courant en J, 15 milliampères.

La résistance du fil chaud a été trouvée de $34\omega, 6$. La figure 48 reproduit la courbe d'étalonnage. Les déviations sont sensiblement, dans les limites observées, proportionnelles aux carrés des courants.

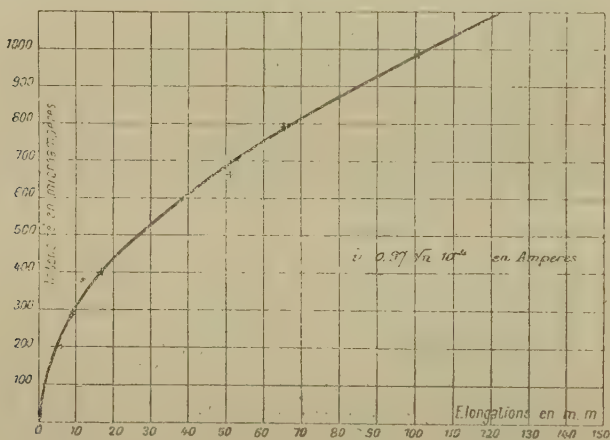


Fig. 48.

Inductances des bobines. — La bobine A⁽¹⁾ est constituée par le primaire à 1500 spires ($3\omega, 4$) et le secondaire à 15000 spires (2030ω) d'une bobine Ruhmkorff

(¹) Voir figure 36 p. 91, et figure 50.

Gaiffe à inductance mutuelle variable ⁽¹⁾. Elle a toujours été utilisée dans la position de mutuelle inductance maxima. Comme l'impédance primaire de la bobine B est très petite vis-à-vis de l'impédance secondaire de la bobine A, on peut négliger la première devant la seconde. Dans ces conditions, si M_A désigne le coefficient de mutuelle inductance de la bobine A et Z_A , l'impédance de son circuit

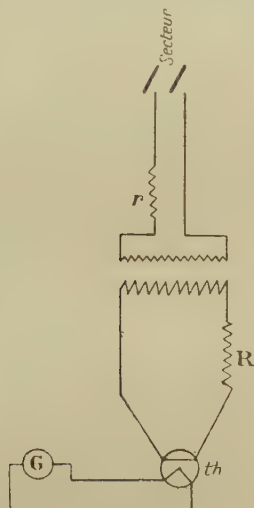


Fig. 49.

secondaire, les courants dans les circuits ⁽²⁾ (I) et (II), sont liés par la relation :

$$i_2 = \frac{\omega M_A}{Z_A} i_1.$$

J'ai mesuré le terme $\frac{\omega M_A}{Z_A}$ de la façon suivante : la tension

⁽¹⁾ Diamètre du faisceau de fil de fer, 16^{mm}; longueur du bobinage, 115^{mm}; diamètre extérieur du primaire, 31^{mm}; diamètre extérieur du secondaire, 61^{mm}.

⁽²⁾ Voir figure 36, p. 91.

du secteur (*fig.* 49) était mise directement sur l'enroulement à fil fin ($r = 0$).

Dans ces conditions, on a très sensiblement :

$$i_1 = \frac{U}{Z_A}.$$

D'autre part, en série avec l'enroulement à gros fil, se trouvait une résistance morte R élevée vis-à-vis de l'impédance de cet enroulement ainsi que de la résistance du thermique :

$$i_2 = \frac{\omega M_A}{R} i_1;$$

d'où, en éliminant i_1 ,

$$\frac{\omega M_A}{Z_A} = \frac{R}{U} i_2.$$

Pour

$$U = 106^v, 5, \quad R = 7000^\omega,$$

on trouve

$$i_2 = 8.10^{-5} \sqrt{93,5};$$

d'où

$$\frac{\omega M_A}{Z_A} = 5,1.10^{-2}.$$

La bobine B ⁽¹⁾ est une bobine d'induction téléphonique de la S. I. T. (pour transmetteurs nos 1, 2, 3).

Les résistances de ses enroulements sont $0^\omega, 5$ et 50^ω et leurs réactances assez petites pour qu'on puisse les négliger devant de fortes résistances mortes mises en série. Le même dispositif expérimental que plus haut (*fig.* 49) permet, dans ces conditions, le calcul du coefficient de mutuelle inductance des deux enroulements :

Pour $U = 106^v, 5$; $r = 4000^\omega$; $R = 160^\omega$ (résistance du

(1) Longueur, 72^{mm} ; diamètre du faisceau de fil de fer, 10^{mm} ; diamètre extérieur de la bobine, 22^{mm} .

thermique comprise), on trouve :

$$d'où \quad i_2 = 6,7 \cdot 10^{-5} \sqrt{58},$$

$$\omega M_B = \frac{R}{U} r i_2 = \frac{160}{106,5} 4050 \times 6,7 \times \sqrt{58} \cdot 10^{-5} = 3\omega, 11.$$

Il est dès lors aisé de calculer les rapports de transformation entre les circuits (I) et (III) (*fig.* 36, p. 91).

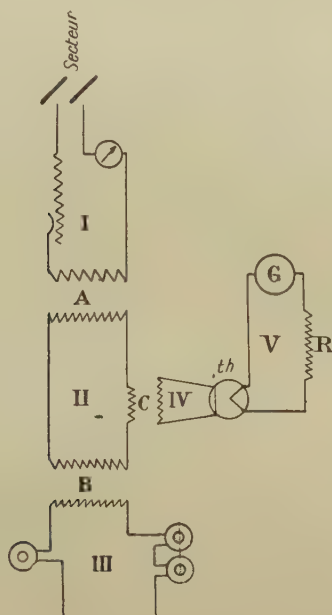


Fig 50.

*Cas du récepteur téléphonique de 127 ω
et du casque de 4030 ω .*

Résistance du circuit III 127 + 4030 = 4157

Réactance du circuit III 264 $\times$ 8,7 = 2300

Impédance du circuit III 4760

Rapport de transformation :

$$\frac{i_3}{i_1} = \frac{\omega M_A \omega M_B}{Z_A Z_B} = 5,1 \cdot 10^{-2} \frac{3,11}{4700} = 3,34 \cdot 10^{-5}.$$

*Cas du récepteur téléphonique de 4240^{oh}
et du casque de 4030^{oh}.*

Résistance du circuit III $4240 + 4030 = 8270$

Réactance du circuit III $264(8,7 + 4,25) = 3420$

Impédance du circuit III 9000

Rapport de transformation :

$$\frac{i_3}{i_1} = 5,1 \cdot 10^{-2} \frac{3,11}{9000} = 1,76 \cdot 10^{-5}.$$

J'ai cherché à savoir si le fer des bobines n'introduisait pas des variations dans le rapport de transformation de deux circuits consécutifs. Ne pouvant placer directement

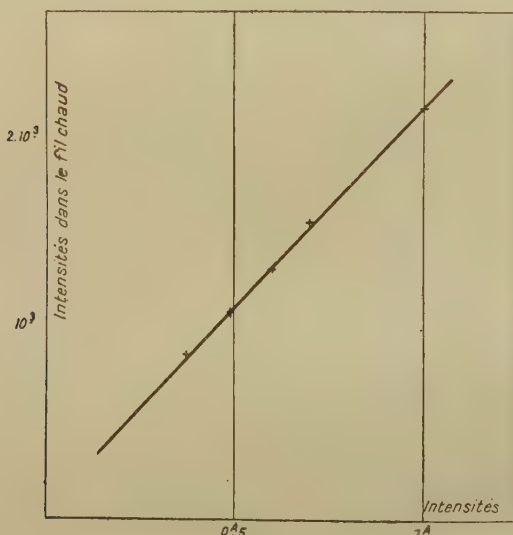


Fig. 51.

le couple thermo-électrique dont je disposais sur le circuit (II), à cause des intensités trop élevées dont ce circuit était le siège, je l'ai introduit par l'intermédiaire d'une bobine d'induction C (*fig. 50*). Une résistance R en série avec le couple thermo-électrique limitait les dévia-

tions et j'ai ainsi étudié le commencement de la courbe liant l'intensité dans le fil chaud à celle du circuit (1).

i_1 .	R.	n .	$\frac{i}{\sqrt{n}}$.	i .
^A 0,38	^ω 0	^{mm} 78	$8,94 \cdot 10^{-5}$	$8,85 \cdot 10^{-4}$
0,49	0	151	$8,94 \cdot 10^{-5}$	$1,1 \cdot 10^{-3}$
0,6	30	113	$1,33 \cdot 10^{-4}$	$1,42 \cdot 10^{-3}$
0,7	50	129,5	$1,38 \cdot 10^{-4}$	$1,57 \cdot 10^{-3}$
1	500	48	$3,77 \cdot 10^{-4}$	$2,2 \cdot 10^{-3}$

Les divers points obtenus se placent très exactement sur une droite (*fig. 51*), ce qui accuse une excellente proportionnalité des intensités entre elles.

Vu et approuvé :

Paris, le 18 juin 1913.

LE DOYEN DE LA FACULTÉ DES SCIENCES,
PAUL APPELL.

Vu et permis d'imprimer :

Paris, le 18 juin 1913.

LE VICE-RECTEUR DE L'ACADÉMIE DE PARIS,
L. LIARD.



TABLE DES MATIÈRES.

	Pages.
Introduction.....	V
CHAPITRE I.	
CONSTANTES DU RÉCEPTEUR TÉLÉPHONIQUE.	
1. Fonctionnement du récepteur téléphonique.....	1
2. Résistance et inductance du récepteur téléphonique.....	4
CHAPITRE II.	
LE RÉCEPTEUR TÉLÉPHONIQUE INDICATEUR DE MAXIMUM OU DE MINIMUM.	
1. Emploi du récepteur téléphonique.....	10
2. Étude du pont en courant alternatif.....	11
3. Mesure de la résistivité des électrolytes.....	22
4. Mesure des capacités.....	24
5. Mesure des coefficients de self-inductance.....	30
6. Mesure des coefficients de mutuelle inductance.....	36
7. Mesure des longueurs d'onde.....	40
8. Applications industrielles.....	42
CHAPITRE III.	
TENTATIVES D'EMPLOI DU TÉLÉPHONE COMME INSTRUMENT DE MESURES RELATIVES.	
1. Appareil de Wien.....	47
2. Appareil de Cauro.....	48
CHAPITRE IV.	
OSCILLOGRAPHIE INTERFÉRENTIELLE.	
1. Description générale d'un oscillographe interférentiel.....	51
2. Principes de la méthode interférentielle.....	56
3. Procédés généraux d'observation.....	57
4. Examen des oscillogrammes.....	60
CHAPITRE V.	
CONDITIONS DE FONCTIONNEMENT ET ÉLÉMENTS DU CALCUL D'UN OSCILLOGRAPHE INTERFÉRENTIEL.	
1. Arc au mercure et séparation des raies.....	64
2. Calcul des systèmes optiques.....	67
3. Diaphragme et pouvoir actinique.....	70
4. Franges de lames minces en lumière non parallèle.....	73
5. Franges de lames argentées.....	76
6. Dispositifs d'enregistrement.....	79
7. Établissement d'un projet d'oscillographe interférentiel.....	84
CHAPITRE VI.	
RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX.....	85
Conclusion.....	100
NOTE I. — <i>Mouvement des surfaces interférentielles et mou- vement des franges.</i>	103
» II. — <i>Franges de lames minces en lumière non paral- lèle.</i>	109
» III. — <i>Argenture.</i>	120
» IV. — <i>Obturateur de plaque.</i>	126
» V. — <i>Justifications numériques.</i>	133
PLANCHES :	
Planche I.....	52
Planche II.....	60

SECONDE THÈSE.

PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ.

Épuration des eaux résiduaires.

Vu et approuvé :

Paris, le 18 juin 1913.

LE DOYEN DE LA FACULTÉ DES SCIENCES.

PAUL APPELL.

Vu et permis d'imprimer :

Paris, le 18 juin 1913.

LE RECTEUR DE L'ACADÉMIE DE PARIS,

L. LIARD.

51862 PARIS. — IMPRIMERIE GAUTHIER-VILLARS.

Quai des Grands-Augustins, 55.
